COVID-19 の感染症流行に対する保険の設計について – Cramér-Lundberg モデルの適用

Andres Mauricio Molina Barreto[1], 石村 直之 [2], 高岡 浩一郎 [2]
[1] 慶応大学経済学部，[2] 中央大学商学部
e-mail : ishimura.558@g.chuo-u.ac.jp

1　概要

感染症流行は，近年の新型コロナウイルス感染症 (COVID-19) による世界的な混乱からも分かるように，社会生活に未曽有の危機をもたらす場合がある．このような混乱に対しては，感染症のリスクに適切に対応した保険商品が求められる．感染症のリスクに対応した保険商品が存在すると，感染による経済的損失を少なくともある程度は補償することが可能となるからである．一方で，感染症の長期化に伴い，保険請求のリスクや支払いリスクが増大する可能性も考えられる．すなわち保険会社にとり，保険商品を提供することによるリスクを適切に評価する考慮が必要不可欠となる．

本講演では，感染症に対する保険のリスクを計測し予測を行うために，簡便で実用的なモデルを用い，幅広く標準化された保険商品を設計することを目標とする．

本講演の内容は参考文献 [1] に基づいており，解析の詳細や他の文献については [1] を参照されたい．ここでは特に，事例研究を中心とした構成とする．

2　モデルの概要

本講演で基本的なリスク過程として用いるクラメール・ルンドベリ（Cramr-Lundberg）モデルとは，破産理論の基礎モデルであり，Lundberg(1903) によって最初に提唱された．元々は連続時間かつ無限満期の設定であるが，本講演では離散的な以下の設定で考察を進める．クラメール・ルンドベリモデルを基本的なリスク過程に用いる点は，本研究による新しい視点ではないかと考えている．

$$U(n) = u + cn - C(n), \quad C(n) = \sum_{k=1}^{N(n)} X_k, \quad n = 0, 1, 2, \cdots$$

ここで $U(n)$ は保険商品の総リスクを表す．また u は初期サープラスを表す非負定数，c は保険料率を表す正定数であり，$N(n)$ はポアソン (Poisson) 過程である．$\{X_k\}$ は独立同分布で，$N(n)$ とも独立な、非負値確率変数列である．以下の事例研究では，これらの仮定をやや柔軟に取り扱う．

次の重要な要素は，感染症の数理で基本的な，いわゆる SIR モデルである．既によく知られたモデルであり，ここでは単に言及にとどめる．

最後に感染症のデータであるが，2022 年 1 月 5 日から 2022 年 7 月 3 日の期間のいわゆる第 6 波に相当する期間である．この期間を二つに分け，最初の 5 月 4 日までの 120 日間のデータでパラメータを推定し，後半の 5 月 5 日からの 60 日間のデータでその正当性を確かめた．

3　保険商品の例

以上の準備のもとで，様々な，いわゆる premium principles に立脚して，適切な保険の設計が可能となる．感染症が流行し始めれば，すぐさま各種係数を推定し，それを基にして商品設計を行う．詳細は参考文献 [1] を参照されたい．

4　事例研究

ここでは，損害保険ジャパン株式会社が販売した「コロナお見舞い金」という名の保険商品について，我々のモデルを基に解析を行いたい．

この保険商品は，保険契約期間が 3 月のものについては，保険料が 500 円であり，新型コロナウイルスに感染すれば 5 万円が支払われるという保険であった．2021 年 12 月の販売開始後，感染状況を踏まえて 2022 年 2 月 10 日から新規加入分の保険料を 3 倍に引き上げ，らに同年 6 月 14 日からは新規加入分について給付金額を 2 万円に引き下げ，最後には同年 8 月 4 日に至り新規販売を停止した．詳細については参考文献 [1] に記載の同社 HP を参照されたし．かかる状況が発生した一つの原因は，感染症に特化した保険リスクの計測や予測に難があったと考えられ，その理由を考察したい．

保険料は「保険加入者 1 人あたりの毎日の保険料」と考え，サープラスは「保険加入者 1 人あたりのサープラス」と考える．同様に初期サープラスも「保険加入者 1 人あたりの初期サープラス」と考える．実際の保険商品は定額給付型なので，加入者から毎日定額の保険料を受け取ると仮定する．実際の保険契約期間は 3 ヶ月であったが，計算例として取り上げた 2022 年 2 月 1 日から 3 月 31 日の 59 日間が保険期間とする．この保険商品の保険料は 500 円なので，毎日の保険料 の値はその 59 分の 1 となる．給付金が 5 万円なので，よって

$$c = \frac{500}{59}, \qquad E[X_k] = X_k = 50000$$

が成り立つ．また SIR モデルのパラメータは前述の期間においてを定数と仮定する方法で推定した値である $\beta = 0.1175$, $\gamma = 0.09161$ を採用する．

加入者 1 人あたりのサープラス過程は満了時=59 で最小となるので，感染者数と東京都の人口のデータから

$$U(59) = u + 59 \cdot \frac{500}{59} - 50000 \cdot \frac{994028}{14011487} \approx u - 3450$$

が得られる．破産を回避するためには、加入者 1 人あたり約 3,500 円以上の初期サープラスを準備しておく必要があると計算された．

5　結語

感染症爆発に対する保険の設計について，クラメール・ルンドベリモデルを基本的なリスク過程に用いて考察した．実際の東京都のデータを用いた解析では，有効な手法であることが確かめられた．今後はモデルの精度を高めて，リスクを適切に考慮した保険商品の設計につなげたい．

謝辞　中央大学商学部石坂元一教授には，内容についての議論や保険の基礎の教示等，多大な支援をいただきました．ここに感謝いたします．

参考文献

[1] Andres Mauricio Molina Barreto, Naoyuki Ishimura, Koichiro Takaoka, and Chenwei Sun. Insurance design for the loss of epidemic outbreaks involving Cramér-Lundberg model, International Journal of Mathematics for Industry, 16 (2024). https://doi.org/10.1142/S2661335224500151

株式の持ち合い解消がクレジット・リスクに与え得る影響について(持ち合い株式の売却によって得るキャッシュを、企業価値を向上させるためにどのように有効活用していくのか)

金子 拓也[1]
[1]国際基督教大学
e-mail: tkaneko@icu.ac.jp

1　概要

株式の持ち合い（政策保有株）は、経営の安定性が確保されるなどのメリットが考えられる一方で、(特に海外の）投資家からはその目的自体が分かりにくいなどといったさまざまなデメリットが指摘されている[1]。そして以前から政策保有株は解消の方向にあった。(2015 年 11 月 24 日の政策保有株式に関するスチュワードシップ・コード及びコーポレートガバナンス・コードのフォローアップ会議において、「政策保有株式、特に金融機関による政策保有株式は早急に解消に向かうべきである」などの意見がまとめられている[2]。）政策保有株に関するデメリットの最近のケースとしては、中古車販売企業（兼自動車修理業者）と大手損保各社とのあいだで、事故車の修理入庫の紹介数に応じて自賠責の件数を調整する交換取引（カルテル）を行っていた件[3]が挙げられるが、この事例が解消の動きをさらに加速させている。(2023 年 12 月 13 日の鈴木俊一財務相兼金融担当相の記者会見で「政策株式保有割合や本業への支援など、保険契約の条件以外の要素が少なからずシェアに影響を及ぼす場合があり、営業担当者にとっては、適正な競争に対する意欲が損なわれた可能性がある」などと政策保有株のデメリットが指摘された。）本研究では、この政策保有株の解消が、クレジット・リスクに与える影響について調査していく。

2　政策保有株の解消とクレジット・リスク

クレジット・リスクとは、主に個別の債券（あるいは債権）や発行体の評価において考慮されるリスク要因の一種である。企業が資金を調達する際にベースとなる金利に付加されるプレミアム部分であるので、企業はその値を低く抑えたい。企業が有価証券に投資している場合には、それを売却するだけでも得られるキャッシュが企業のアセットのリスク要因を低減させる（アセットのボラティリティが縮小する）ことから、クレジット・リスクにはポジティブに作用する。そして政策保有株の場合には、解消することで双方にポジティブな効果が期待できる。一方で保持する場合には、有価証券が双方のアセットへ直接的に作用するために、企業間でフィードバック・ループのような効果（政策保有している企業同士の株価が高いときには双方のクレジットにとって良い影響を与え合うし、悪い時には悪い影響を及ぼし合う）も発生し得る。また政策保有株取引が多くの企業間で行われているようなマーケットでは、全体的に株価の連動性が高まってしまうので、投資家が銘柄を分散させたとしても効果的にリスクが低減できない。つまり持ち合い解消によって放出される株式の受け皿が準備できている想定では、株価が高水準で推移しているときに解消してしまうことが、投資家保護の観点からも、市場全体にとって望ましいということになる。いま企業価値を、シェアホルダーの視点から、企業が生み出す利益（配当金）を期待利回り（ここではキャッシュ・フロー時点に相応する市場金利に、その時点まで累積させたクレジット・リスクを付加した

金利をディスカウント・レートとしておく）によって割引いて得られる現在価値の総和であると便宜的に定義すると、これは理論株価の古典的な計算方法となる。つまり政策保有株の解消がクレジット・リスクに良い効果をもたらせば、割引の際に付加する金利が低減し、その結果、企業価値（株価）にもプラスに働く好循環が期待できる。

3　メカニズム

企業のクレジット・リスクをデフォルト確率に置き換え、これをマートン・モデル[4]に基づいて整理していく。政策保有株取引のある企業間の相関係数（マートン・モデルの場合には企業間のアセット相関係数）が正（政策保有株は企業間のアセット相関を正の向きに増大させる効果がある）であるとき、一方のデフォルト確率が上昇すると、その企業の企業価値は下落（理論株価は割引率が上昇するために下落する）するので、他方のデフォルト確率も上昇する。そして当然逆の場合もあるし、これらの相互作用は影響度を弱めながら延々と続いていく。株式の政策保有が任意の企業間で行われているときは、市場全体でみれば特段大きな問題にはならない。しかし特定の企業（ハブ：Hub）が複数の企業と株式を政策保有している場合には特に注意が必要となる。つまり株価が全体的に低迷しているときには、ハブのアセットにネガティブなストレスがかかり、それが政策保有の相手側に渡りふたたびハブに跳ね返ってくる。加えてハブとその政策保有の相手が危険な状況に陥るのみならず、市場全体に伝播していくことも考えられる。実は[5]のとおり、日本の金融機関は複数の企業と株式を政策保有していることが指摘されている。つまり日本の銀行のクレジット・リスクは株価と連動する仕組みであると言えるのではないだろうか。日銀による利上げによって、銀行の収益環境が改善し、それが銀行株を押し上げているなどといった分析もあるが、米国で FF 金利が急上昇した際に、シリコンバレーバンク（2023 年 3 月 10 日破綻）、シグネイチャーバンク（2023 年 3 月 12 日破綻）、ファーストリパブリックバンク（2023 年 5 月 1 日破綻）が破綻した要因を思い返せば、金利の上昇が必ずしも銀行にとってプラスに働くわけではないことは明らかである。銀行の株価が上昇しているのは、株式市場が全体的に上昇しているからであると分析する。実際、銀行のクレジット指数を３か月 TIBOR と同期間を残りの年限とする国債の利回りとの差で（日本版 TED スプレッドのようなものとして、リフィニティブ EIKON において、JP3MT=RR と DIBJP3MD=との差を計算して代用した）簡便に作り、それと株価との相関性を確認すると、株価が下落する期間に、スプレッドがワイドニングする様子が見て取れる。このことからマーケットも、銀行のクレジット・リスクは株価が低迷すると、危険性が高まるとみているのではないだろうか。発表では、以上の分析等の詳細について紹介する。

参考文献

[1] 奥村 宏，「株式相互持合いをどうするか」，岩波ブックレット，2001.
[2] 金融庁 HP，「「政策保有株式」(持ち合い株式) に関する意見」，https://www.fsa.go.jp/singi/follow-up/siryou/20151124/05.pdf)
[3] 日本経済新聞，「大揺れ損保、BtoB 経営のツケ 消費者軽視のもたれ合い」，https://www.nikkei.com/article/DGXZQOUB253YQ0V20C23A8000000/
[4] Merton, Robert, “On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates, J Finance, Vol. 29 (2), pp.449-470, 1974.
[5] 東洋経済オンライン HP, https://toyokeizai.net/articles/-/610024

時間非整合的な最適消費投資問題における二つの均衡の同値性について

重田 雄樹 [1]
[1] 東京経済大学 経済学部
e-mail：sy46744@gmail.com

1 概要

本発表では，時間的非整合性を伴う消費投資問題において頻繁に用いられる準双曲割引モデルについて，代表的な 2 つの均衡概念が同値であることを報告する．1 つの均衡は経済学の文脈でよく用いられるマルコフ完全均衡であり（例えば，[1, 2]），もう 1 つの均衡は数理ファイナンスの文脈で用いられる微小区間における逸脱に対して頑健となる均衡である（例えば，[3]）．これら 2 つの均衡概念は同一の Hamilton–Jacobi–Bellman (HJB) 方程式の滑らかな解として特徴づけられる．

2 モデルの設定

有限の $T \in [0, \infty)$ を終端とする有限期間の問題を考える．完備確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ 上の d 次元ブラウン運動を $B := (B_t)_{t\in[0,T]}$ とし，$\mathbb{F} := (\mathcal{F}_t)_{t\in[0,T]}$ を B が生成するフィルトレーションを通常の条件を満たすように拡張したものとする．$C := (C_t)_{t\in[0,T]}$，$\{C^{F,t}\}_{t\in[0,T]} := \{(C^{F,t}_s)_{s\in[0,T]}\}_{t\in[0,T]}$ を $(0, \infty)$ 上に値を取る，適切な可測性と可積分性の条件を満たした消費過程とその族とする．ここで、以下を満たす $[0, T]$ 上の確率過程 $U(C, \{C^{F,\cdot}\})$ を考える．

$$U_t(C,\{C^{F,\cdot}\}) = \mathbb{E}_t\Bigg[\mathbb{1}\{\tau^t \le T-t\}\left\{\int_t^{\tau^t} f\Big(C_s, U_s(C,\{C^{F,\cdot}\})\Big)\mathrm{d}s + \beta^\theta U^{F,t+\tau^t}_{t+\tau^t}(C^{F,t+\tau^t})\right\} \\ + \mathbb{1}\{\tau^t \ge T-t\}\left\{\int_t^{T} f\Big(C_s, U_s(C,\{C^{F,\cdot}\})\Big)\mathrm{d}s + \beta^\theta u_\gamma(C^{F,T}_T)\right\}\Bigg], \tag{1}$$

$$U^{F,t}_s(C^{F,t}) = \mathbb{E}_s\left[\int_s^T f\Big(C^{F,t}_r, U^{F,t}_r(C^{F,t})\Big)\mathrm{d}r + u_\gamma(C^{F,t}_T)\right],\ s\in[0,T] \tag{2}$$

$\beta \in (0, 1]$ は定数で，τ^t はパラメータ $\lambda > 0$ の指数分布に従う B とは独立な確率変数であり，

$$f(c,v) = \delta\left\{\frac{c^{1-1/\psi}}{1-1/\psi}\Big((1-\gamma)v\Big)^{1-1/\theta} - \theta v\right\},\quad u_\gamma(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma},\quad \theta = \frac{1-\gamma}{1-1/\psi},$$

となる。ただし，$\gamma > 0, \psi > 0, \delta > 0,$ は $\gamma \neq 1, \psi \neq 1$ を満たす定数である．これは，[2] で導入された，Epstein-Zin 型効用に準双曲割引モデルを組み合わせた効用関数となる．C は現在の意思決定者が決定できるのに対し，$\{C^{F,\cdot}\}$ は現在の意思決定者が決定できず，将来の意思決定者が決定することから，時間的非整合性を表現している．$U(C, \{C^{F,\cdot}\}), U^{F,t}(C^{F,t})$ については，適切な仮定の下で，これらを後退確率微分方程式（BSDE）の解として特徴づけることで，その存在と一意性を示せる．

3 マルコフ完全均衡

(1), (2) で定義された効用関数の下での Merton 型の最適消費投資問題を検討する．$d = 1$ として，次の確率微分方程式（SDE）に従う富過程 $W = (W_t)_{t\in[0,T]}$ を導入する．

$$\mathrm{d}W_t = \Big(W_t\Big(r + \mu_e \Pi_t\Big) - C_t\Big)\,\mathrm{d}t + \sigma W_t \Pi_t \mathrm{d}B_t, \tag{3}$$

ここで，r は無リスク金利，μ_e, σ はそれぞれリスク資産のリスクプレミアムとボラティリティ，$\Pi = (\Pi_t)_{t\in[0,T]}$ はリスク資産への投資比率を表すポートフォリオ過程である．ここで，消費とポートフォリオのペア (Π, C) を制御する問題を考える．この時，マルコフ完全均衡 (p^*, c^*) は次のように定められる：(p^*, c^*) を SDE (3) をフィードバック制御するような消費とポートフォリオを表す可測関数であるとして，次の最適化問題を考える．

$$V(t,w) := \sup_{(\Pi,C)\in\mathcal{A}(t,w)} U_t(C, \{C^{(\Pi,C),(p^*,c^*)}\}), \tag{4}$$

ここで，$\mathcal{A}(t,w)$ は，可積分性などの条件で制約される，(Π, C) の許容可能集合である．この時，(4) の最適解がフィードバック制御 (p^*, c^*) となる時，(p^*, c^*) を**マルコフ完全均衡**と呼ぶ．つまり，将来の意思決定者がフィードバック制御 (p^*, c^*) に従って消費過程を決定すると仮定した時，現在の意思決定者も同じ (p^*, c^*) に従うことが最適となる場合，その (p^*, c^*) をマルコフ完全均衡としている．[2] では，次の HJB 方程式の解 (v^*, v^{F*}, p^*, c^*) がマルコフ完全均衡となることが示されている．

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial v^*}{\partial t} - \displaystyle\max_{(p,c)\in\mathbb{R}\times(0,\infty)} \left\{\mathcal{L}^{p,c} v^* + f(c, v^*)\right\} + \lambda(v^* - \beta^\theta v^{F*}) = 0, \\ -\dfrac{\partial v^{F*}}{\partial t} - \left\{\mathcal{L}^{p^*,c^*} v^{F*} + f(c^*, v^{F*})\right\} = 0, \quad v^*(T,w) = \beta^\theta u_\gamma(w),\ v^{F*}(T,w) = u_\gamma(w) \\ (p^*, c^*) \in \arg\displaystyle\max_{(p,c)\in\mathbb{R}\times(0,\infty)} \{\mathcal{L}^{p,c} v^* + f(c, v^*)\}, \end{cases} \tag{5}$$

$\mathcal{L}^{p,c}$ は $(\Pi, C) = (p, c)$ とした SDE (3) に基づく無限小生成作用素である．逆に，(3) における V とマルコフ完全均衡 (p^*, c^*) が存在し滑らかである時，それらは (5) の解となることも示されている．

4　微小区間における逸脱に対して頑健な均衡と同値性に関する主結果

[3] などの流儀に従えば，**微小区間における逸脱に対して頑健な均衡** (p^{**}, c^{**}) は次の不等式を満たすフィードバック制御として定義される：任意の許容可能な制御過程 (Π, C) に対して，

$$\liminf_{\epsilon\downarrow 0} \frac{1}{\epsilon}\Big(U_t(c^{**}, \{C^{(p^{**},c^{**}),(p^{**},c^{**})}\}) - U_t(C^{\epsilon**}, \{C^{\epsilon**}\})\Big) \geq 0. \tag{6}$$

左辺における $C^{\epsilon**}$ は，区間 $[t, t+\epsilon)$ においては制御 (Π, C) に従い，$[t+\epsilon, T]$ においては制御 (p^{**}, c^{**}) に従う消費過程である．現在と将来の意思決定者で一致した消費過程を選択するが，微小区間で共謀して (p^{**}, c^{**}) から逸脱しても，限界的には利益が得られないことを表す．本発表では，(5) の解が（6）を満たし，また十分な滑らかさの仮定の下で，(6) を満たす微小区間における逸脱に対して頑健な均衡 (p^{**}, c^{**}) が (5) の解となることを紹介する．よって，[2] の結果と合わせれば，微小区間における逸脱に対して頑健な均衡はマルコフ完全均衡と同値になる．

謝辞　本研究は，JSPS 科研費 JP21K13326, JP23H00796 の助成を受けたものです．

参考文献

[1] Harris, C. and Laibson, D. “Instantaneous gratification.” *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 128, pp. 205–248, 2013.

[2] Shigeta, Y. “Quasi-hyperbolic discounting under recursive utility and consumption–investment decisions,” *Journal of Economic Theory*, Vol. 202, 105518, 2022.

[3] Ekeland, I. and Pirvu, T. A. “Investment and consumption without commitment,” *Mathematics and Financial Economics*, Vol. 2, pp. 57–86, 2008.

ランダムウォークや相関付きランダムウォークにもとづく時系列解析

小山 翔平 [1], 今野 紀雄 [1]
[1] 立命館大学
e-mail : sho-koya@fc.ritsumei.ac.jp n-konno@fc.ritsumei.ac.jp,

1 先行研究

今野は 2020 年 [1]，著書『量子ウォークによる時系列解析』でランダムウォーク（RW）や相関付きランダムウォーク（CRW）にもとづく時系列解析を導入した．すなわち，時刻 1 から時刻 n までの時系列データが与えられたとき，パラメータが含まれる確率測度を用いてある評価関数を定義する．その評価関数を最小にするパラメータを用いて時刻 $n+1$ の予測値を求めるのである．RW の場合のモデルの詳細な定義は以下のとおりである．

時刻 n までのデータ列

$$D_n = \{x_0 = 0, x_1, x_2, \ldots, x_n\}$$

から次の時刻 $n+1$ の値を予想したい．このとき，評価関数を以下のように定義する．

$$V_n = V_n(p) = \sum_{t=0}^{n} \sum_{x=-t}^{t} |x - x_t|^2 \mu_t(x).$$

ただし，$\mu_t(x)$ は場所 x，時刻 t の RW の確率測度，p は RW の確率分布を定めるパラメータである．

そして，以下の手順で x_{n+1} を予測する．

Step1. $V_n(p)$ の最小値をとるパラメータ p^* を全て求める．

Step2. X_{n+1} を時刻 $n+1$ における RW または CRW の場所とする．p^* に対して $E(X_{n+1})$ を計算する．p^* がただ一つに決まるならば，$E(X_{n+1})$ を x_{n+1} の予測値 x^*_{n+1} と考える．もし，p^* が一つに決まらない場合は，予測値 x^*_{n+1} はそれら $E(X_{n+1})$ の相加平均とするなど偏りがないように適宜定める．また，任意の p に対して定数の場合には $x^*_{n+1} = x_n$ とおく．

2 モデルの定義

我々は，先行研究のモデルにおける評価関数を，

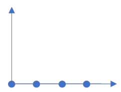
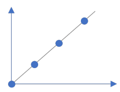
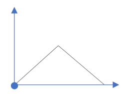
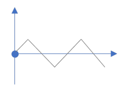
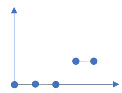
$$V_n = V_n(p) = \sum_{t=0}^{n} \sum_{x=-t}^{t} |x - x_t|^\alpha \mu_t(x)$$

と拡張した場合を調べた．ただし，$\alpha \in (0, \infty)$ である．

3　主結果

拡張したモデルの挙動を調べるため，いくつかの具体的なデータ列を与え，RW で $\alpha = 4$ の場合について，予測値を解析的，また，数値計算により予測値を調べた．

表 1: 予測値について

データ					
$\alpha = 2$	既知	既知	既知	既知	○
$\alpha = 4$	○	○	●	●	●

○は解析的に予測値を求めたことを意味する．
●は数値計算で予測値の挙動を確認したことを意味する．

参考文献

[1] 今野 紀雄, 量子ウォークによる時系列解析, 日本評論社, (2020).