

等角写像を利用した複層オーゼティック構造のボルト接合設計

林 和希¹, MESNIL Romain²

¹京都大学, ²École nationale des ponts et chaussées

e-mail: hayashi.kazuki@archi.kyoto-u.ac.jp

1 序

平板に周期的な切れ込みを入れることにより非可展曲面を近似できるオーゼティック構造は比較的小規模のプロダクトに対して応用例が多数存在する。しかし、単一のオーゼティック構造はその柔軟性故にわずかな外力に対して大きく変形し、設計形状を保持できないという欠点がある。本研究では、設計形状からボルト接合のための穴の位置を自動で決定する等角写像を利用した手法を提案する。穴を開けた複数のオーゼティック構造をボルトで接合して各要素の面内回転を拘束することで、オーゼティック構造の剛性を改善する。

2 オーゼティック構造の開角と等角写像との関係

オーゼティック構造は内部に有する規則的な切れ込みによって、同一形状の面要素がヒンジで接続された構造をなす。オーゼティック構造は一方向の伸び（縮み）に対して面内の直交方向にも伸びる（縮む）負のポアソン比を有する。正三角形の面要素からなるオーゼティック構造が図 1 左のように開角 θ を伴って展開したとき、そのひずみは $2 \cos(\pi/3 - \theta/2) - 1$ で表される。

等角写像により目標形状を平坦化したとき、平坦化前後でのある点における計量 g_{3D} および \tilde{g}_{2D} は log-conformal factor と呼ばれるスカラー値 u を用いて一般に $g_{3D} = e^{2u} \tilde{g}_{2D}$ に関連付けられ、これは平坦な形状から元の形状を生成する際に $e^u - 1$ のひずみを要すると解釈できる。以上より、 θ と u は式(1)で関連付けられる。

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\theta}{2}\right) = e^u \quad (1)$$

3 複層オーゼティック構造のボルト接合

展開に伴う回転が互い違いになるように各面要素を積層させて接合することで、互いの面内回転変形を相殺できることが知られている[1]。このアプローチを比較的大規模の構造物に応用するため、本研究ではボルト接合により積層させる手法を新たに提案する。等角写像により各正三角形の重心位置での u が得られれば、式(1)で必要な開角 θ を求められる。このとき、図 1 右のように正三角形要素に割り当てる穴の位置を三角形の重心から $\theta/2$ 互い違いに回転させた位置とし、それぞれの穴を通すようにボルト接合することで、目標形状に対応した開角を保持できる。

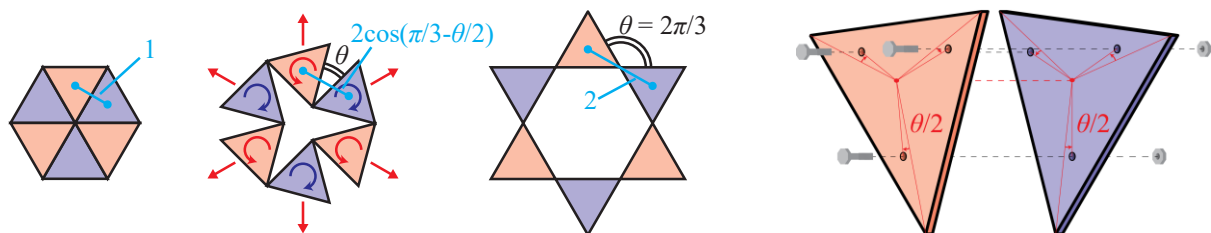


図 1：ユニットセルの開角と伸縮量の関係(左)およびボルト接合穴の必要回転角（右）

提案手法の有効性を示すため、三角形要素をカーフベンディングにより接続した MDF の一枚板（厚さ 3 mm）からなるオーゼティック構造によるプロトタイピングを行った（図 2）。カーフベンディングによるジョイントの生成方法については著者らの過去の研究を参照された[2]。図 2 左は三角形要素の辺の長さが 4.5 cm、ボルト穴径が 1.6 mm、重心からボルト穴中心までの距離が 7.9 mm の単層モデルである。目標曲面は楕円体の一部を切り取った、高さ 5.6 cm の軸対称形状である。図 2 右は単層モデルと同一の 2 枚の形状を提案手法を用いてボルト接合した複層モデルである。いずれのモデルも目標平面（400 cm² の円形平面）内に収まるように平板をくり抜いた形状の中に嵌めて形状を固定させている。

固定方法が同一であるにもかかわらず、中立面の最大高さが単層モデルでは約 3.9 cm、複層モデルでは約 6.2 cm と大きな違いが見られた。これは単層モデルが自重を受けて面内回転により大変形した一方で、複層モデルではボルト接合により面内回転が拘束されて剛性が大幅に改善されたことに起因する。

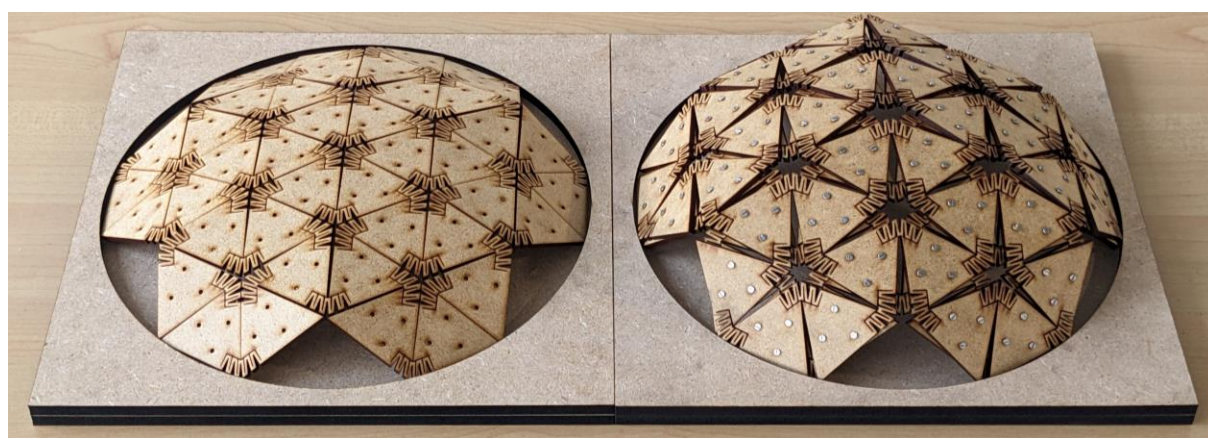


図 2： 単層モデル(左)および複層モデル（右）

4 結論

オーゼティック構造の剛性を改善するため、ボルト接合により複数の層を固定させる手法を提案した。等角写像によりボルト穴の位置を決定する本手法の有効性をプロトタイピングにより示した。

謝辞 本研究は鹿島学術振興財団 研究者交流援助 [研究者海外派遣(長期)], JSPS 科研費 JP12345678, および JST CREST JPMJCR1911 の援助を受けたものである。

参考文献

- [1] N. K. Karunanidhi, M. Sobczyk, S. Wiesenhütter, T. Wallmersperger, and J. R. Noennig, “Programmable multi-layered auxetic mechanisms,” *Journal of Materials Science*, vol. 58, pp. 13253-13268, 2023.
- [2] K. Hayashi and R. Mesnil, “Non-developable surface structures using bilayer auxetic material and kerf bending joints,” in: *Proc. Of IASS 2024*, (to be appeared).

3 次元五角形格子メタマテリアルを用いた曲面の設計

堺 雄亮¹

¹ ソニーコンピュータサイエンス研究所 - 京都

e-mail: Yusuke.C.Sakai@sony.com

1 概要

機械的メタマテリアルに分類されるオーゼティック構造は負のポアソン比を示し、一方向に圧縮すると直交方向には伸びではなく収縮が生じる。通常、負のポアソン比を持つ平板は面外に変形すると、ガウス曲率が正の碗型曲面になる。一方で、ポアソン比が正あるいは0を示す平板はそれぞれ、ガウス曲率が負の鞍型曲面とガウス曲率0の円筒曲面に変形する。このことから、正から負の広い範囲のポアソン比を示す非均質な特性をもつ平板を面外変形させれば、正と負のガウス曲率が混在する自由な形態の曲面を容易に生成できると考えられる。本稿では、格子形状に基づきポアソン比の正負を調整できる3次元五角形格子メタマテリアルの形状設計法を提案する。本手法により、ユーザーはガウス曲率の分布を直感的に指定した曲面を生成できる。数値例題において、生成した曲面の例を示す。

2 3次元五角形格子の設計と大変形解析

提案構造は図1Aに示す五角形格子で構成される。部材は柔軟な梁とし、部材間はヒンジを付与せず剛に接合する。また、梁部材の断面は長方形として、梁せいと梁幅のサイズで部材の2方向の曲げ剛性を調整する。ここでは、梁せいを梁幅より大きくして梁の面外方向の曲げ剛性を面内方向に比して十分に大きくする。材料にはヤング係数35MPa、ポアソン比0.4、密度1.21g/mm³のTPUを採用し、3Dプリンターでの模型製作を考慮する。

格子のスケールを l 、五角形の凹凸を λ ($0 \leq \lambda \leq 1$)、4価頂点および2種類の3価頂点の z 座標をそれぞれ d_C, d_U, d_V で表す。これらのパラメータで格子形状を調整すると、構造全体の面内変形に対するポアソン比 ν が変化する。図1B, Cの中央と右の図はそれぞれ、面内および面外変形後の形状である。図1Bは $\lambda < 0.5$ の構造を示しており、これは $\nu > 0$ となるため、面外に変形させるとガウス曲率が負の鞍型曲面が生じる。一方で、図1Cに示す $\lambda > 0.5$ の構造は $\nu < 0$ のオーゼティック構造となり、面外変形時にはガウス曲率が正の碗型曲面が得られる。

3 格子形状と曲面の生成例

パラメータ λ は、 $0 \leq \lambda \leq 1$ を満たす任意の関数で指定できる。これにより、文献[1]で示される3次元五角形格子の設計法よりも多様な曲面を生成できる。図2Aは、 $\lambda = 0.6u + 0.25$ ($0 \leq u \leq 1$)と設定した 10×10 ユニットで構成される初期格子状平板とその面外変形形状である。 u は格子の x 座標に対する正規化パラメータである。したがって、格子形状は左端から右端にかけて凸から凹へと変化する。格子形状に応じて、生成された曲面上のガウス曲率は負から正へと連続的に分布している。図2Bでは、パラメータ λ を $0 \leq u < 0.25$ と $0.5 \leq u < 0.75$ の範囲で0.7とし、それ以外では0.09として定める。得られた曲面には、ガウス曲率が正の領域と負の領域が交互に分布している。

本講演では他に、パラメータ d_C, d_U, d_V および部材断面の設定に応じて生成される曲面の比較や、任意の境界形状を有する曲面の生成例を紹介する。

謝辞 本研究の一部は JSPS 科研費 24K01031 の助成を受けたものである．ここに記して謝意を表する．

参考文献

- [1] Sakai. Y., Tailoring Poisson's ratio of bending-active mechanical metamaterials with periodic and nonperiodic pentagonal grids, in: Proc. of the IASS Annual Symposium 2023 Integration of Design and Fabrication, pp. 1478–1488.

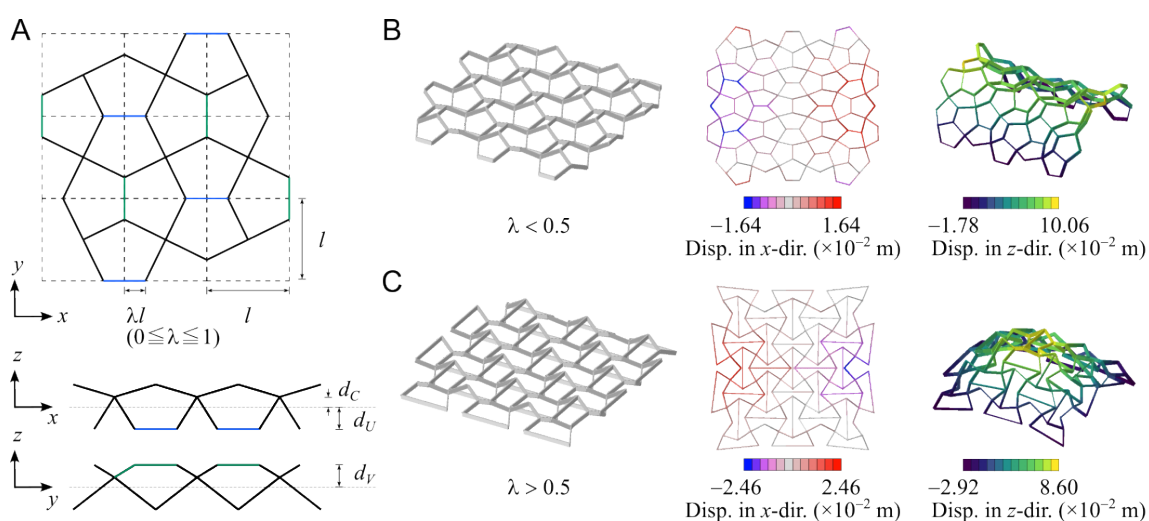


図 1. 3次元五角形格子と面内および面外変形形状.

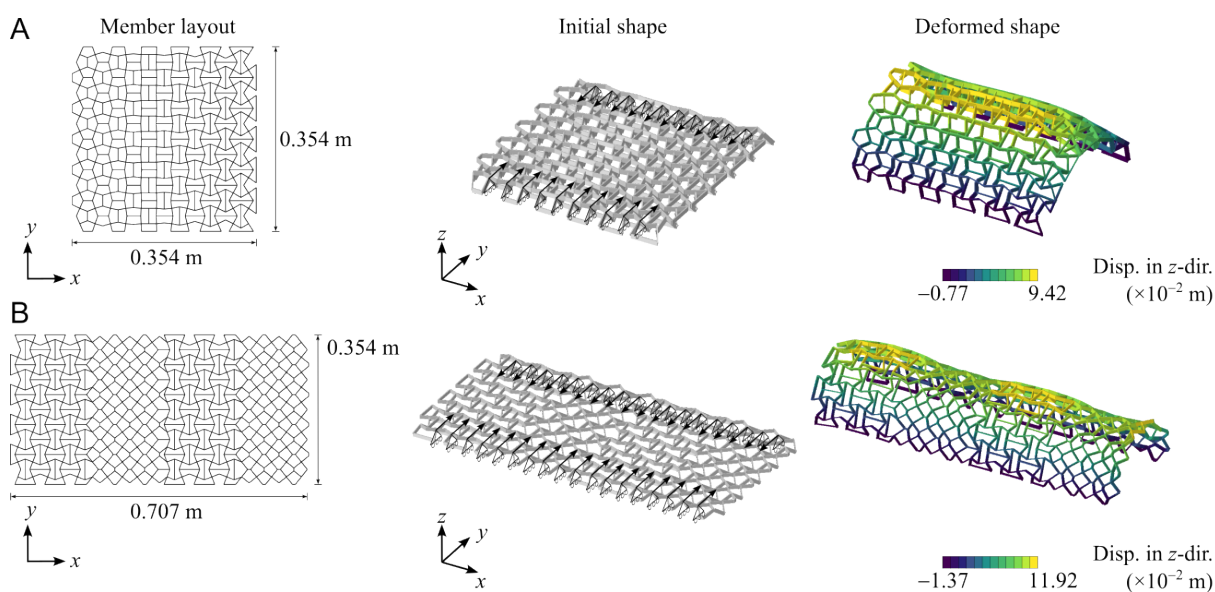


図 2. 曲面の生成例.

力学性能と施工性を考慮したグリッドシェル構造の形状決定法 —放物線を境界曲線とした離散吊り下げ曲面の評価—

長野 雅¹, 横須賀 洋平¹¹鹿児島大学大学院

e-mail: k1603205@kadai.jp

1 概要

近年、構造解析技術や最適化技術の発展により自由曲面を有する屋根構造の設計例が実現している。一方で複雑な曲面形状は、施工や部材製作が困難な設計形状となる可能性がある。このような曲面構造に平坦な四辺形で曲面を構成する Planar Quadrilateral mesh (PQ mesh)を構成することが施工・製作を容易にする解決手段として挙げられる[1-3]。本研究では、境界条件を与えた変分問題および Circular nets による釣合い形状の構成手法を構築することを目的とし、汎関数では複比の制約条件を加えた Lagrange 未定乗数法を用いた非線形方程式を解く。

2 離散吊り下げ曲面の定式化

本研究では、グリッドシェル構造の釣合いおよび円が外接する平坦な四角形メッシュを得る汎関数として次式を定義する。

$$E_1(z) = \sum_{L=(p,q)} (\langle \mathbf{q}, F_L(p,q) \rangle + b) \|\mathbf{S}\| \quad (2)$$

$$E(\mathbf{x}) = E_1(z) + E_2(x, y) \quad (1)$$

$$E_2(x, y) = \sum_{R=(p,q,r,s)} \lambda_R (1 - \cos \beta_R) \quad (3)$$

ここで、 E_1 は釣り合い式を導く汎関数、 $F_L(p,q)$ は離散化した座標線の重心、 R は一つのメッシュを構成する点 (図 1)、 λ_R : Lagrange 未定乗数、 β は点 p における三角形 $T(p,q,r)$, $T(p,r,s)$ の各々の外接円の接線がなす角度 (図 2)、 $\cos \beta$ は 1 となるときに circular nets を構成する。なお、 b は張力と等価な量である。面積ベクトル \mathbf{S}_p は図 1 を参照し式(4)で計算し、式(1),(2)の Euler-Lagrange 方程式は式(5)~(8)となる。また、境界曲線に放物線を与える式は式(9)となる。本稿では式(5)~(8)を用いた汎関数の最小化を行う最急降下法を採用する。本解析のフローチャートを図 3 に示す。

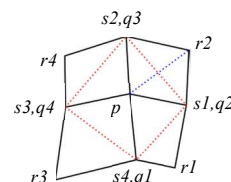
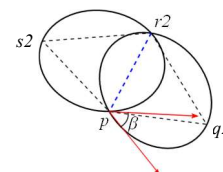
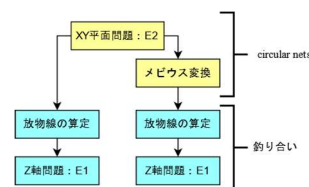
図 1 点 p, q, r, s 図 2 $\cos \beta$ 

図 3 解析フロー

$$\mathbf{S}_p = \frac{1}{2}(\mathbf{x}_{q2} - \mathbf{x}_{q4}) \times (\mathbf{x}_{q3} - \mathbf{x}_{q1}) \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial \mathbf{x}_p} = \left[\frac{\partial E_2}{\partial x_p}, \frac{\partial E_2}{\partial y_p} \right]^T = - \sum_{R=(p,q,r,s)} \lambda_R \frac{\partial \cos \beta_R}{\partial \mathbf{x}_p} \quad (7)$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial \mathbf{x}_p} = \frac{\partial E_1}{\partial z_p} = \sum_L w_{pq} (\mathbf{x}_q - \mathbf{x}_p) + \mathbf{q} \quad (5)$$

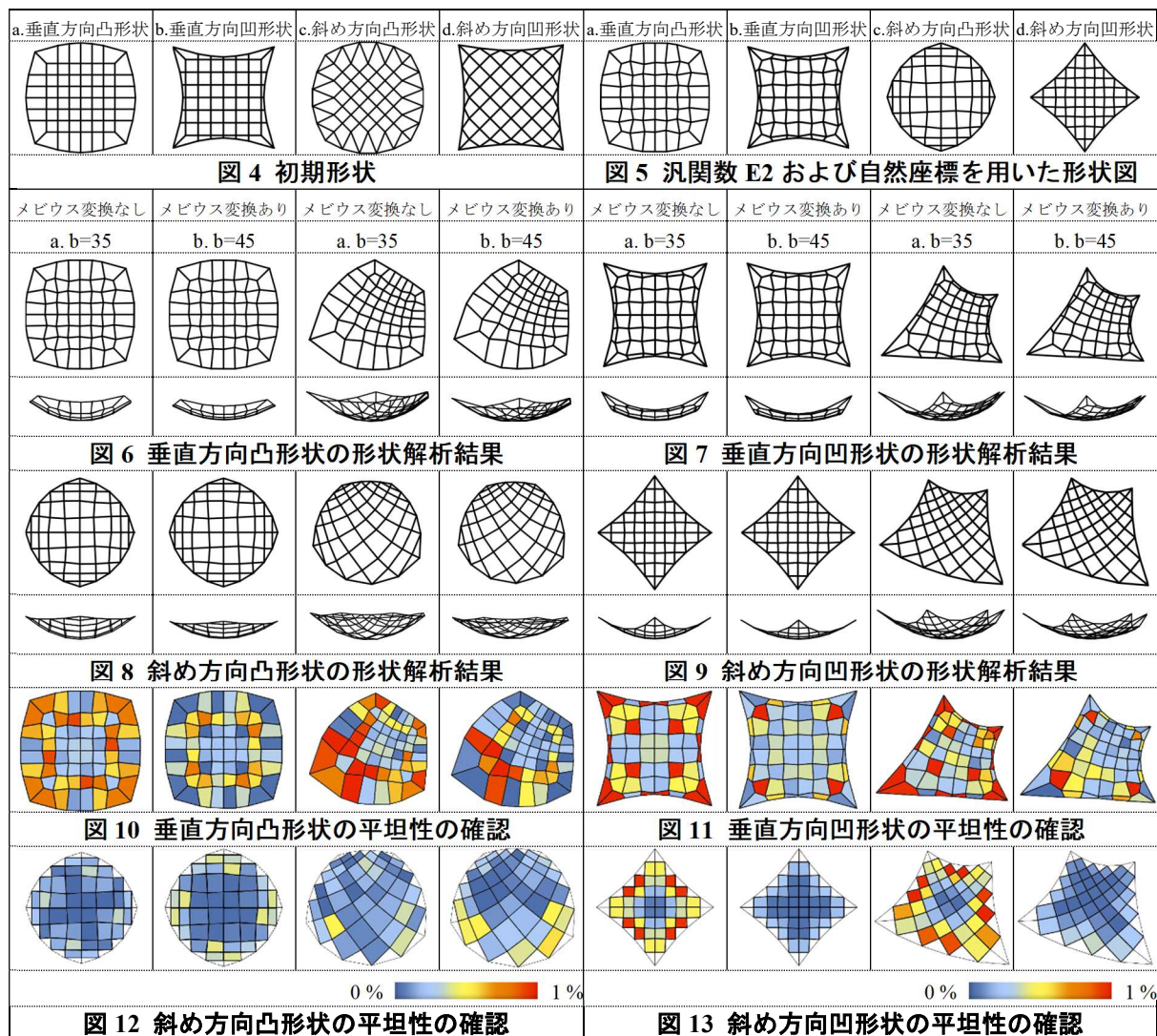
$$\frac{\partial E_2}{\partial \lambda_R} = \sum_{R=(p,q,r,s)} (1 - \cos \beta_R) \quad (8)$$

$$w_{pq} = - \frac{1}{\|\mathbf{S}\|} \left(\left\langle \mathbf{q}, \frac{\mathbf{x}_p + \mathbf{x}_q}{2} \right\rangle + b \right) \quad (6)$$

$$z = \frac{A}{2}(x^2 + y^2) \quad (9)$$

3 形状解析

解析モデルは、矩形平面 (垂直方向と斜め方向のメッシュ) の境界を凹凸形状としたものを初期形状 (図 4) とする。図 5~9 には図 3 に従って算定した形状解析結果、図 10~13 にはメッ



シュの平坦性を確認した結果を示す。最初に、図 10~13 より $b=35$ と $b=45$ を比較すると、すべての形状においてライズが低い方が平坦性に優れている傾向がある。また、メビウス変換の有無による平坦性の比較をすると、平坦性が損なわれている部分と優れている部分が類似しておりメビウス変換による大きな平坦性の変化はないことが確認できる。この結果により、平坦性は初期形状のみだけでなく放物線の高さやライズの影響も受けると考えられる。

4 まとめ

本稿では、放物線を境界曲線とした離散曲率線網を構成する手法を構築し、メビウス変換の有無を踏まえてグリッドシェル構造の形状決定を行った。今後の展望としては、多様な形態獲得のため異なる放物線の高さ、メビウス変換のパラメータの変更、初期形状の多様化を行い、より平坦なメッシュの構築を目指すことで実用的な形態を探索していきたい。

参考文献

- [1] Alexander I. Bobenko, Peter Schroder : Discrete Willmore Flow, pp.3-4,2005
- [2] Romain Mesnil, Cyril Douthe, Olivier Baverel, Bruno Leger, C Deute, Marionette Mesh: from descriptive geometry to fabrication-aware design,2016
- [3] 早川健太郎, 軸丸芳揮, 横須賀洋平, 可香谷隆, 林和希, 堺雄亮 : シェル理論・膜理論への微分幾何学からのアプローチとその建築曲面設計への応用, 2021,7

ピローボックスの曲線折り形状による仮設構造物の多目的最適化

横須賀 洋平¹, 熊谷 駿², 小磯 深幸²

¹鹿児島大学大学院理工学研究科, ²九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

e-mail: yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

1 概要

仮設住宅は災害後に大量の住宅を迅速に供給する必要があるため、即時に平板を立体構造物に展開する事が可能な曲線折りを利用した仮設構造物が有用である。本稿では、ピローボックスの容積最大の解となる曲面形状の生成と構造解析を連携し、建築計画性能として評価する容積 V および構造性能として評価する最大たわみ w_{\max} を指標とした多目的最適化問題に適用した数値解析例を示す。

2 ピローボックスの体積最大解

ピローボックスは曲線折りによって様々な立体形状を生成することができ、ギフトボックスなどに応用することができる[1]。小磯らは、ピローボックスの体積最大解の明示式を導出しており、ピローボックスの底曲線が弾性曲線となることを示している[2]。ギフトボックスに限らず、一枚の紙から立体形状が形成でき、その容積が最大となる曲面を活用する可能性は幅広い分野に及ぶ事が想定される。本研究では、省スペースなストック・可搬性・迅速な建設可能性に優れたピローボックスを仮設構造物に応用することを目的としている。

3 建築計画性能と構造性能

文献[3]では、空気膜構造の空間の利用効率の性能として境界付近にデッドスペースが生じないように境界での立ち上りが鉛直となる条件を与えた膜応力で釣合う最偏平曲面を求めている。また、一般に居住面積水準は世帯人数に応じて推奨値が設定されており、面積が大きくなるほど世帯人数が多くなる。建築計画性能として空間の利用効率や居住性能の観点から、曲面で構成される容積の最大解は、仮設構造物の建築計画性能として必要な条件といえる。

本稿で採用する架構形式は、架構スパンが大きくなるほど自重による変形やたわみが大きくなるため構造性能は低下する。したがって、本稿で設定する構造性能と建築計画性能はトレードオフの関係にあり、多目的最適化によるパレート解を求める必要がある。

4 多目的最適化

図 1,2 に各記号を示し、多目的最適化の定式化を以下に示す。

$$\text{Find} \quad r := a/b \quad (1)$$

$$\text{Minimize} \quad f_1(r) := w_{\max}/(b-z_0), \quad f_2(r) := 1/V \quad (2)$$

$$\text{Subject to} \quad \Gamma_0 : z = f(x), \begin{cases} x = -I_\mu(z) + c, 0 \leq z \leq z_0 \quad (0 \leq x \leq c) \\ x = I_\mu(z) + c, 0 \leq z \leq z_0 \quad (-c \leq x \leq 0) \end{cases} \quad (3.a,b)$$

$$z_0(\mu) := \frac{b}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4}{b|\mu|}} \right), \quad c := I_\mu(z_0), \quad I_\mu(z) := \int_0^z \frac{\mu \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{b} \right)}{\left[1 - \left(\mu \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{b} \right) \right)^2 \right]^{1/2}} d\zeta, \quad A(S) = \bar{A} \quad (3.c-f)$$

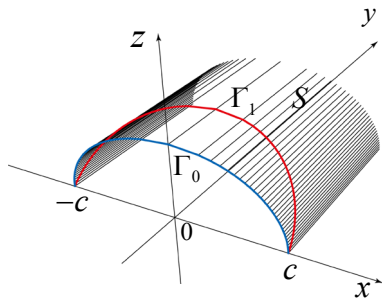


図 1. 曲線 Γ_0 と折り曲線 Γ_1

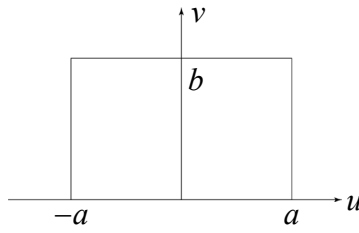


図 2. 長方形の平面領域 Ω

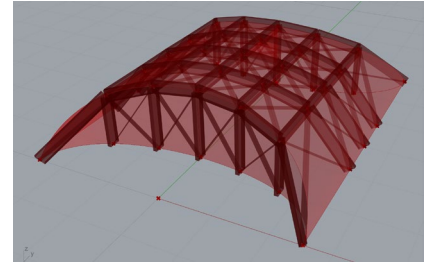


図 3. 曲面と構造モデル

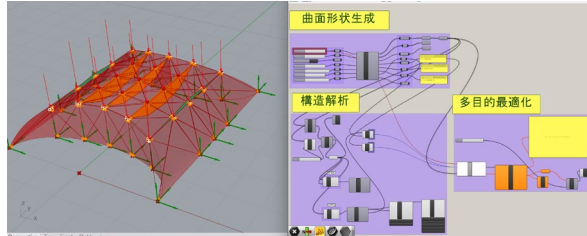


図 4. 双方向循環型設計の概要

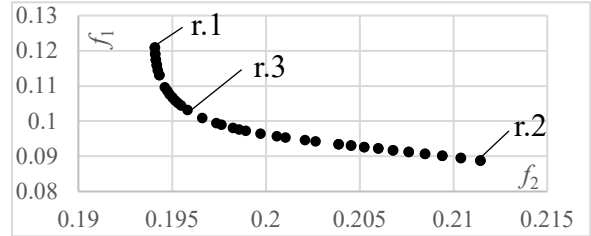


図 5. パレート解

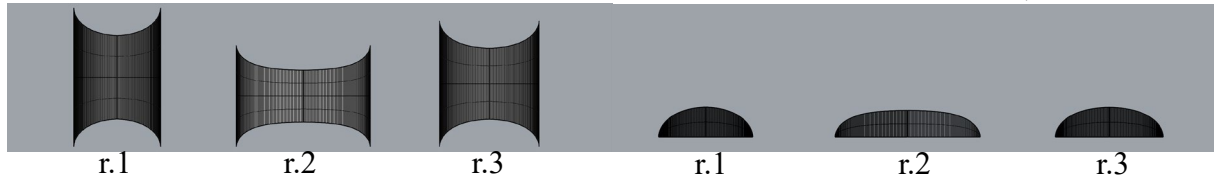


図 6. パレート解形状図(左:Top view, 右:Front view)

ここで、 $A(S)$: 曲面 S の表面積である。ただし、 μ は Γ_0 の端点の曲率で次式から定まる。

$$a = \int_0^{\zeta_0} \left[1 - \left(\mu \zeta \left(1 - \frac{\zeta}{b} \right) \right)^2 \right]^{-1/2} d\zeta \quad (4)$$

5 双方向循環型ツールと数値結果

本稿では曲面形状の生成、構造解析および多目的最適化を同時に実装する設計ツールとして Rhinoceros を採用する。曲面形状の生成には楕円積分が含まれており、平面から曲面の等長変形過程の可視化を実装している。構造解析に Karamba3D、多目的最適化に Wallacei を用いる。図 3 に構造モデル、図 4 に双方向循環型設計の概要、図 5 にパレート解、図 6 にパレート解形状図を示す。パレート解から構造と建築計画性能のトレードオフの関係が判る。

6 おわりに

本稿ではピローボックスの曲線折り形状による仮設構造物の多目的最適化例を示した。今後は双方向循環型ツールを活用し、仮設構造物の設計に採用する形状を決定していく。

謝辞 本研究は、JST,CREST,JPMJCR1911 の支援を受けたものである。

参考文献

- [1] 三谷純, 曲線折りによる造形 —ピローボックスに関する考察—, https://cmm.mims.meiji.ac.jp/pdf/02-2020120304_Mitani.pdf, 2020
- [2] 小磯深幸, 奥田健斗, ピロー型ボックスの体積最大解の存在と一意性, 日本応用数学会年会講演予稿集, ROMBUNNO. B3-1-4, 2022
- [3] 川口衛, 空気膜構造におけるしわなし最偏平回転曲面, 日本建築学会学術講演会梗概集, pp. 1053-1054, 1978