

# 低 Re 数境界層における乱流伝熱促進のための形状最適化

亀谷 幸憲<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 明治大学理工学部機械情報工学科

e-mail : kametaniy@meiji.ac.jp

## 1 概要

熱エネルギーの効率的輸送はエクセルギー最大化のために不可欠な課題であり、高性能熱交換器の性能向上が求められている。乱流遷移を促進させることで熱伝達率は大きく向上することが知られており、下流での乱流をより強化する高性能タービュレータの開発が求められている。一方で、熱交換器のコンパクト化により流れの空間発達性の影響は無視できず、レイノルズ数の低い層流境界層での乱流維持も大きな課題である。本研究では層流境界層における乱流促進を目指し、温度変動の生成を最大化に基づき設定したコスト関数として半球状凸面の形状最適化を実施した。本アルゴリズムでは、順解析で直接数値シミュレーションを実行し、乱流統計量から計算した渦粘性・渦拡散係数を RANS に基づく随伴解析に利用する。最適形状では下流での乱流が強化され、熱伝達率が向上した。

## 2 問題設定と直接数値シミュレーション

等温平板上のブラジウス層流境界層に配置された半球凸面を最適化対象とする。支配方程式は非圧縮連続の式、ナビエ・ストークス方程式並びにエンタルピー方程式である。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_{,t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} - \nabla p - \eta \phi \mathbf{u} \quad (2)$$

$$\theta_{,t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta - \eta \phi \theta \quad (3)$$

ここで、支配方程式は入口境界層厚さ  $\delta_0$ 、主流速度  $U_\infty$  並びに主流温度  $\Theta_\infty$  で無次元しており、これに準じたレイノルズ数は 2000 とした。また、気体を想定してプラントル数  $Pr$  を 1 とした。半球凸面は高さを 0.5 として設定し、式 (2, 3) の右辺最終項に示す通り相識別関数  $\phi$  を用いた Volume Penalization 法を通して流れ場に表現される [1]。速度・温度共に主流方向の流入にブラジウス境界層分布を与え、出口では対流流出条件を与えた。壁面上では滑り無し・等温条件を与え、天井境界では主流速度・温度を主流方向速度と温度にそれぞれ設定し、鉛直方向速度並びにスパン方向速度にはゼロ勾配・ゼロ速度をそれぞれ与えている。スパン方向には周期境界条件を設定した。空間離散化に二次精度中心分法、時間積分には三次 Runge-Kutta/二次 Crank-Nicolson 法を適用し、速度・圧力のカップリングには SMAC 法を用いた。

## 3 随伴最適化

コスト関数  $\mathcal{J}$  を乱流温度変動の生成の最大化として設定し、Kametani et al. [2] に倣って渦拡散係数  $\alpha_\tau$  を用いて以下の通り表す。

$$\mathcal{J} = \overline{\theta' \mathbf{u}'} \cdot \nabla \bar{\theta} \approx -\alpha_\tau \nabla \bar{\theta} \cdot \nabla \bar{\theta} \quad (4)$$

制御入力を  $\phi$  とし、順解析の DNS から計算した渦粘性・渦拡散係数を考慮し時間平均された支配方程式とコスト関数からハミルトニアン方程式を導く。適切な境界条件で随伴方程式を解き、感度を求めて相識別関数を反復的に更新することで最適形状が得られる。

## 4 結果・考察

図1に最適化前後の形状変化及び下流の渦構造の変化を示す。最適形状では下流の乱流が促進していることが示された。また、タービュレータの直下流で渦構造の対称性が崩れ、流れが三次元化していることが分かる。その結果、壁面付近での乱流熱伝達向上し、熱伝達率向上が広範囲で確認された。

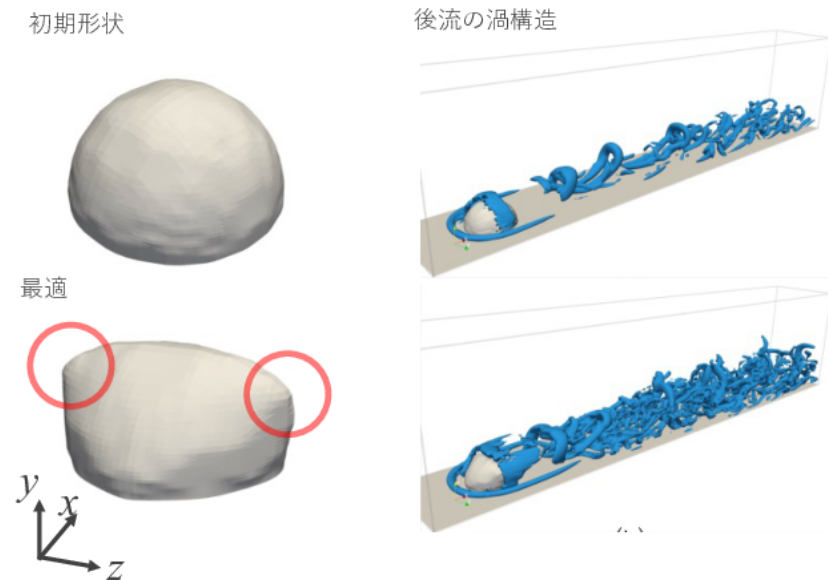


図1. 形状変化と乱流の様子

## 5 結論

空間発達流れにおける限られた領域での伝熱促進のため、層流境界層における乱流を強化するタービュレータの随伴形状最適化を実施した。本アルゴリズムでは、順解析に直接数値シミュレーションを実施して得られた統計場から渦粘性・渦拡散係数を計算し、RANSに基づく随伴形状最適化に利用する。ここで温度変動の生成の最大化を狙ってコスト関数を設定し、ブシネスク近似により渦拡散係数を用いた一次統計量としてハミルトニアンに組み込んだ。最適化の結果、下流にて乱流遷移が促進され、タービュレータ下流の熱伝達率が向上した。

**謝辞** 本研究は JST さきがけ「複雑な流動・輸送現象の解明・予測・制御に向けた新しい流体科学」(課題番号 JPMJPR23O4) の支援を受けて実施した。

## 参考文献

- [1] Y. Kametani et al., A new framework for design and validation of complex heat transfer surfaces based on adjoint optimization and rapid prototyping, J. Thermal Sci. Technol., Vol. 15 (2020), No. 2.
- [2] D. Goldstein et al., Modeling a no-slip flow boundary with an external force field, J. Comput. Phys., Vol. 105 (1993), pp. 354-366.

# 流体構造連成を考慮した粘性流れ場における流速制御のための形状設計

片峯英次<sup>1</sup>, 水谷航大<sup>2</sup>, 長谷川滉駿<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 岐阜工業高等専門学校, <sup>2</sup> 三重大学

e-mail : katamine@gifu-nct.ac.jp

## 1 はじめに

本講演では、幾何学的非線形性の構造壁を有する内部粘性流れ場の流体構造連成場問題に対して、流れ場の部分領域において流速を制御するための形状設計問題を取り上げる。問題を定式化し、形状更新のための感度となる形状勾配密度関数を導出する。その導出した形状勾配密度関数に基づいて  $H^1$  勾配法 [1] を適用し、流体領域の形状更新、またその流体領域の形状更新に伴い、流体領域と弾性領域の共通境界においてはく離や干渉が生じないように構造領域の形状更新を行う一方法 [2] を紹介する。最後に FreeFEM[3] を利用して解析した数値例を示す。

## 2 流体構造連成場問題

図 1 に示す粘性流れ場領域  $\Omega^f$ 、構造領域  $\Omega^s$  から構成される流体構造連成を考慮した定常内部流れ場を考える。粘性流れ場領域  $\Omega^f$  における境界  $\partial\Omega^f = \Gamma_0^f \cup \Gamma^f \cup \Gamma^s$ 、構造領域  $\Omega^s$  における境界  $\partial\Omega^s = \Gamma_0^s \cup \Gamma^s$  とする。 $\Gamma_0^f$  は流速既知境界、 $\Gamma^f$  は流出境界、 $\Gamma_0^s$  は変位既知境界であり、両領域に共通する境界  $\Gamma^s$  は流体構造連成を考慮する境界である。また、 $u^f, p, w^f, q$  をそれぞれ  $\Omega^f$  における流速、圧力、随伴流速、随伴圧力、 $u^s, w^s$  を  $\Omega^s$  における変位、随伴変位とする。このとき、流れ場領域  $\Omega^f$ 、構造領域  $\Omega^s$  の支配方程式の弱形式は次のように表され、詳細は文献 [2] に譲る。

$$a^f(u^f, w^f) + a_1^f(u^f, u^f, w^f) + c^f(p, w^f) = 0 \text{ in } \Omega^f \quad (1)$$

$$c^f(q, u^f) = 0 \text{ in } \Omega^f \quad (2)$$

$$a^s(u^s, u^s, w^s) - l^s(w^s) - d^s(w^s) = 0 \text{ in } \Omega^s \quad (3)$$

ここで各項は次のように定義される。

$$\begin{aligned} a^f(u^f, w^f) &= \int_{\Omega^f} 2\mu^f \varepsilon^f(u^f) : \varepsilon^f(w^f) dx, & a_1^f(u^f, v^f, w^f) &= \int_{\Omega^f} \rho^f (u^f \cdot \nabla v^f) \cdot w^f dx, \\ c^f(p, w^f) &= - \int_{\Omega^f} \nabla \cdot w^f p dx, & a^s(u^s, v^s, w^s) &= \int_{\Omega^s} \Sigma(\varepsilon^s(u^s)) : d\varepsilon^s(v^s)[w^s] dx, \\ l^s(w^s) &= \int_{\Omega^s} f^s \cdot w^s dx, & d^s(w^s) &= \int_{\Gamma^s} h \cdot w^s d\Gamma, \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\mu^f, \rho^f$  はそれぞれ流体の粘性係数、密度であり、流れ場領域における応力  $\sigma^f(p, u^f)$  は次のように定義されている。

$$\sigma^f(p, u^f) = -pI + 2\mu^f \varepsilon^f(u^f), \quad \varepsilon^f(u^f) = \frac{1}{2}(\nabla u^f + (\nabla u^f)^T) \quad (5)$$

また  $f^s, h$  はそれぞれ構造領域における体積力、流体・構造共通境界  $\Gamma^s$  における表面力である。 $n$  は境界における単位法線ベクトル、応力  $\Sigma(\varepsilon^s(u^s))$  は第 2 Piola-Kirchhoff 応力を表し、 $\lambda, \mu^s$  の Lamé 定数を用いて次のように定義されている。

$$\Sigma(\varepsilon^s(u^s)) = \lambda(\text{tr} \varepsilon^s(u^s))I + 2\mu^s \varepsilon^s(u^s), \quad \varepsilon^s(u^s) = \frac{1}{2}\{(\nabla u^s)^T + \nabla u^s + (\nabla u^s)^T(\nabla u^s)\} \quad (6)$$

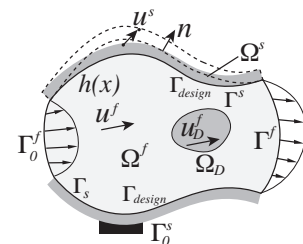


図 1. FSI problem

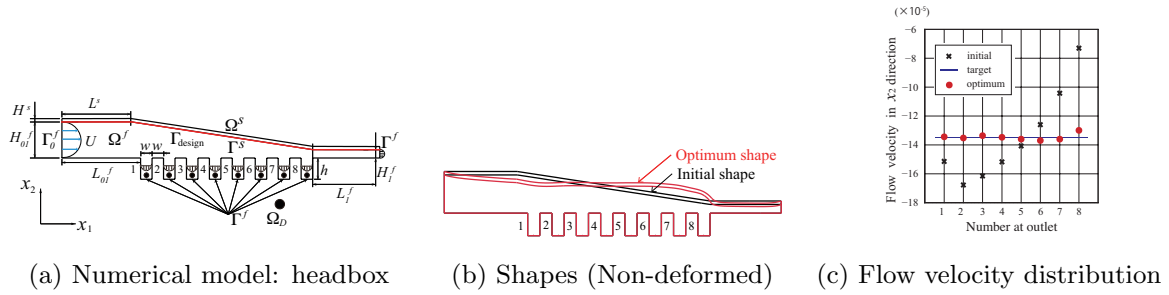


図 2. Numerical results for headbox problem

また  $d\varepsilon^s(u^s)[w^s]$  は幾何学的非線形を考慮したひずみ  $\varepsilon^s(u^s)$  の第 1 変分である。

### 3 流速制御のための形状設計問題

部分領域  $\Omega_D$  における流速  $u^f$  を目標流速  $u_D^f$  に制御する形状設計問題は次のように定式化できる。

$$\text{Minimize } E^f(u^f, u^f) = \int_{\Omega_D} (u^f - u_D^f) \cdot (u^f - u_D^f) dx \quad (7)$$

$$\text{subject to } (1), (2) \text{ and } \int_{\Omega^f} dx \leq M. \quad (8)$$

領域変動に対する形状更新の感度となる形状勾配密度関数  $G^f$  は、次のように導出できる。

$$G^f = \mu^f \varepsilon^f(u^f) : \varepsilon^f(w^f) + \rho^f(u^f \cdot \nabla u^f) \cdot w^f - \nabla \cdot w^f p - \nabla \cdot u^f q + \Lambda \quad (9)$$

ただし、 $\Lambda$  は領域の大きさ制約のための Lagrange 乗数であり、随伴流速  $w^f$ 、随伴圧力  $q$  は次の随伴方程式から解析できる。

$$a^f(u^{f'}, w^f) + b^f(u^{f'}, u^f, w^f) + b^f(u^f, u^{f'}, w^f) + c^f(q, u^{f'}) = 2E^f(u^f - u_D^f, u^{f'}) \quad \forall u^{f'} \quad (10)$$

$$c^f(p', w^f) = 0 \quad \forall p' \quad (11)$$

感度  $G^f$  が導出できれば、 $H^1$  勾配法 [1] を用いて形状最適化が実現できる。

### 4 数値解析例

解析プログラムは FreeFEM[3] を利用して開発した。図 2(a) に示す紙を製造するシステムの一部であるヘッドボックスモデル [4] に対して解析を行った。ヘッドボックスは、木材繊維等の懸濁液を均一な流速で噴出させる機器である。この解析モデルでは、左側から流体が流入し、下側 8 個と右側の流出口から流出する。本解析の目的は、下側 8 個での流出口における流速を均一化するための形状を設計することである。初期形状に対する流出口 8 個での平均流速を目標流速  $u_D^f$  に設定し、設計境界を上側境界として最適化解析を行った。入り口境界で定義された Re 数は 50 である。図 2(b), (c) は、それぞれ初期形状と最適形状の比較、出口部の流速を示し、最適形状では流速が均一化している。また、紙面の都合上、具体的な図示はできないが、形状更新に対する共通境界  $\Gamma^s$  において、有限要素メッシュのはく離や干渉がなく境界が一致し、界面追跡法の有効性を確認した。

本研究は一般財団法人 越山科学技術振興財団の助成を受けて行われた。記して謝意を表する。

### 参考文献

- [1] 畔上秀幸, 形状最適化問題, 森北出版, 2016.
- [2] Katamine, E., et al., Int. J. Comput. Fluid Dyn., **36** (2022), 138-151.
- [3] Hecht F., Journal of Numerical Mathematics, **20** (2012), 251-265.
- [4] J.Haslinger and R. A. E. Mäkinen, Introduction to shape optimization, SIAM, 2003.

# 修正最適性基準法を用いた密度型トポロジー最適化による多目的最適化問題に対する最適設計

岸田 真幸<sup>1</sup>, 倉橋 貴彦<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 岐阜工業高等専門学校, <sup>2</sup> 長岡技術科学大学

e-mail : kishida@gifu-nct.ac.jp

## 1 はじめに

本講演では、ひずみエネルギー最小化問題とミーゼス応力最小化問題を組み合わせた多目的最適化問題において、密度型トポロジー最適化を実施した数値結果について報告する。既往の研究 [1] で、ひずみエネルギー最小化問題およびミーゼス応力最小化問題のトポロジー最適化で得られた最適結果を基に試験片を作成し、その試験片の破断時までの変位-荷重線図を明らかにした。結果として、ミーゼス応力最小化問題の試験片の方が強度が増すことを確認した。しかし、 $p$  ノルムを用いたミーゼス応力最小化問題では、 $p$  ノルムの値が大きすぎると、密度分布内にグレースケールが多くなり、実際の設計時には不向きな結果が得られる問題がある。このことから、ひずみエネルギー最小化問題と組み合わせることにより、最適解の探索を安定させ、グレースケールを抑制することを目的とする。

## 2 多目的最適化問題におけるトポロジー最適化の定式化

多目的最適化を解くために、式 (1) に線形加重和法を用いた評価関数を示し、式 (2) および式 (3) にひずみエネルギー最小化問題およびミーゼス応力最小化問題の評価関数を示す。また、制約として、式 (4)~式 (6) に示す線形弾性体の支配方程式、体積制約、密度制約を用いる。

$$\text{minimize} \quad J = \frac{w_1}{|J_1^{(0)}|} J_1 + \frac{w_2}{|J_2^{(0)}|} J_2 \quad (1)$$

$$J_1 = \frac{1}{2} \sum_{e \in \Omega} \{u_{\langle e \rangle}\}^T [K_{\langle e \rangle}] \{u_{\langle e \rangle}\} \quad (2)$$

$$J_2 = \left( \sum_{e \in \Omega} \left( \rho_{\langle e \rangle}^{\frac{1}{2}} \sigma_{VM_{\langle e \rangle}} \right)^p V_{\langle e \rangle} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (3)$$

$$\text{subject to} \quad [K] \{u\} = \{f\} \quad (4)$$

$$V = \sum_{e \in \Omega} \frac{V_{\langle e \rangle} \rho_{\langle e \rangle}}{V_{\text{total}}} - \bar{\rho}_0 \leq 0 \quad (5)$$

$$0 \leq \rho_{\langle e \rangle} \leq 1 \quad (6)$$

ここで、 $[K]$ ,  $\{u\}$ ,  $\{f\}$  は、剛性行列、変位ベクトル、荷重ベクトルを示す。また、 $\sigma_{VM}$ ,  $p$ ,  $V_{\langle e \rangle}$ ,  $V_{\text{total}}$ ,  $\rho_{\langle e \rangle}$  は、ミーゼス応力、 $p$  ノルムのパラメータ、要素  $e$  の面積、設計領域の総面積、設計変数である要素  $e$  の密度を示す。本研究では、 $p$  は 10 とし、重み係数  $w_1$  と  $w_2$  を変更する。材料の表現方法として、式 (7) に示す SIMP 法を用い、ペナルティパラメータ  $p_s$  は 3 とする。

$$E_{\langle e \rangle} = (E_0 - E_{\min}) \rho_{\langle e \rangle}^{p_s} + E_{\min} \quad (7)$$

## 3 Map 型-修正最適性基準法の適用

本研究では、設計変数である密度を更新するために、Map 型-修正最適性基準法 [2] を適用する。修正最適性基準法（修正 OC 法）は、従来の OC 法に非線形方程式のニュートン法の考え方を組み



込んだ方法である．修正 OC 法を用いることで，設計変数の更新に対して制約となるムーブリミットに依存しにくく，更新速度を決定するダンピングパラメータの設定が不要になる．しかし，多目的最適化問題に対してそのまま適用させると，あるイタレーションにおいて更新が極端に遅くなる数値例があった．そのため，更新速度を Map 関数の考えを用いてマッピングし直すことで，安定した更新速度を実現させた．その更新式である Map 型-修正 OC 法を式 (8)～式 (10) に示す．

$$\rho_{\langle e \rangle}^{(k+1)} = \rho_{\langle e \rangle}^{(k)} \left( \frac{\frac{\partial J_{\langle e \rangle}^*}{\partial \rho_{\langle e \rangle}}}{-\Lambda \frac{\partial V}{\partial \rho_{\langle e \rangle}}} \right)^{\Theta_{\langle e \rangle}^{(k)}} \quad (8)$$

$$\Theta_{\langle e \rangle}^{(k)} = \Theta_{\min}^{(k)} + (\Theta_{\max}^{(k)} - \Theta_{\min}^{(k)}) \cdot \frac{\theta_{\langle e \rangle}^{(k)} - \theta_{\min}^{(k)}}{\theta_{\max}^{(k)} - \theta_{\min}^{(k)}} \quad (9)$$

$$\theta_{\langle e \rangle}^{(k)} = -\frac{\frac{\partial J_{\langle e \rangle}^*}{\partial \rho_{\langle e \rangle}}}{\frac{\partial^2 J_{\langle e \rangle}^*}{\partial \rho_{\langle e \rangle}^2}} \quad (10)$$

#### 4 数値解析結果の一例

図 1 に，一般的な MBB モデルを対象とした際の，ミーゼス応力最小化問題のみおよび多目的最適化問題における収束時の密度分布を示す．パラメータ  $p$  が 10 と高く設定しているため，図 1(a) ではグレースケールが多く表れていることが確認できる．また，図 1(b) でも，ミーゼス応力最小化問題の評価関数に重きを置いているため，グレースケールが存在していることが確認できる．一方で，図 1(c) では，ひずみエネルギー最小化問題の評価関数に重きを置いていることから，更新に対して安定性が増し，結果としてグレースケールが抑制されたような結果が得られた．このことから，ミーゼス応力最小化問題だけでなく，ひずみエネルギー最小化問題を上手く組み合わせることで，より良い最適設計が行えると考えられる．

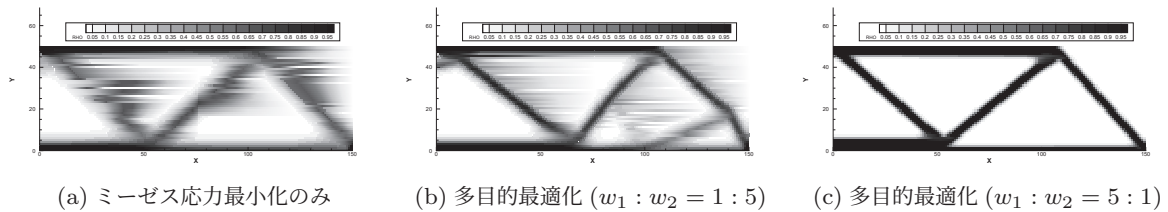


図 1. 収束時の密度分布

**謝辞** 本研究は若手研究 24K17193 の助成を受けた．ここに謝意を表す．

#### 参考文献

- [1] M. Kishida, T. Kurahashi and H. Oguri, Density-based topology optimization for minimizing von Mises stress using the modified optimality criteria method and demonstration by tensile testing, Eng. Optim., (2024), <https://doi.org/10.1080/0305215X.2024.2313658>.
- [2] M. Kishida and T. Kurahashi, Development of a novel non-positive definite correspondence modified optimality criteria method for multi-objective density-based topology optimization, Mech. Eng. J., Vol.10(6) (2023), 23 – 00353.

# 材料定数同定問題における側面制約処理に関する研究

竹内 謙善<sup>1</sup>, 福原 颯<sup>1</sup>, 平手 利昌<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 香川大学, <sup>2</sup> 東芝産業機器システム株式会社

e-mail: takeuchi.kenzen.u8@kagawa-u.ac.jp

## 1 はじめに

産業用モーター, 発電機, 変圧器に使用される鉄心は 1[mm] オーダーの電磁鋼板が多数積層された構造になっている. このような積層鋼板を直交異方性材料とみなして, その材料定数を少数の実験結果から同定することが試みられている. 従来はサロゲート法を用いた解法 [1] が主に利用されてきたが, 近年ではニュートン法に基づく解法 [2] も検討されている. ニュートン法は高い収束性能を有することが特長であり, 適切な初期値を選ぶことができれば少ない繰り返し回数で精度の高い最適解が得られる.

本研究では, 本来無制約最適化問題の解法であるニュートン法の反復過程で, 側面制約つまり設計変数に関する制約を考慮する方法を検討する. 本研究における設計変数は直交異方性材料の剛性を決定付ける材料定数である. これらの材料定数は, 工学的な知見から上限値や下限値が推定できる場合がある. それを側面制約条件として課すことでより現実的な解が得られるのではないかと考えられる.

## 2 ニュートン法による材料定数同定問題の解法

実験によって得られた  $m$  個の固有振動数を  $\bar{\mathbf{f}}$  と表記し, その各成分を  $\bar{f}_i, i = 1, 2, \dots, m$  とする. 有限要素解析を行った結果得られる固有振動数を  $\mathbf{f}(\mathbf{x}), f_i(\mathbf{x}), i = 1, 2, \dots, m$  とする. この時, 誤差ベクトル  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \equiv \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{f}}$  を最小化するように,  $n$  個の材料定数を設計変数  $\mathbf{x}, x_i, i = 1, 2, \dots, n$  として同定する最適化問題を考える.

固有振動数が設計変数に対して一階微分可能だとすると, 次式のような行列  $\mathbf{G}$  を計算することができる.

$$\mathbf{G} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

この行列の計算には随伴変数法が使用される.

通常は実験で得られる固有振動数の数  $m$  には限界があり, 一般的には  $m < n$  である. この時, 設計変数を適当な初期値  $\mathbf{x}_{\text{old}}$  として, その時の行列  $\mathbf{G}$  を求めれば, 次式のような更新式で設計変数を更新できる. 更新を繰り返すことで所望の最適解が得られる.

$$\mathbf{x}_{\text{new}} = \mathbf{x}_{\text{old}} - \mathbf{V}^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}_{\text{old}}) \quad (2)$$

この更新式は, 以下のような最適化問題の解として導出できる.

$$\begin{array}{ll} \text{find} & \Delta \mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_{\text{new}} - \mathbf{x}_{\text{old}} \\ \text{minimize} & \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{V} \Delta \mathbf{x} \\ \text{subject to} & \mathbf{G} \Delta \mathbf{x} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}_{\text{old}}) \end{array}$$

ここで、 $\mathbf{V}$  は適当な正定値行列である．行列  $\mathbf{V}$  の対角項  $V_{ii}$  を大きくすると対応する設計変数の更新量  $\Delta x_i$  は相対的に小さくなる．

### 3 側面制約の処理方法

本研究では  $i$  番目の設計変数  $x_i$  について、 $x_{\min} \leq x_i \leq x_{\max}$  となる制約条件が課されているものとして、以下の3つの方法を検討した．

第一の方法は、繰り返しの過程で設計変数  $x_i$  が制約条件を逸脱したら、次式に従って制約条件を満足するように修正し、修正された  $\bar{x}_i$  を使って設計変数を更新する方法である．

$$\bar{x}_i = \begin{cases} x_{\min} & \text{if } x_i < x_{\min}, \\ x_i & \text{if } x_{\min} \leq x_i \leq x_{\max}, \\ x_{\max} & \text{if } x_i > x_{\max}. \end{cases} \quad (3)$$

この方法は、必ずしも  $x_i = \bar{x}_i$  の下での最適解が得られることは保証できない．

第二の方法は、同様に設計変数  $x_i$  が制約条件を逸脱したら、第1の方法と同様に修正すると共にそれ以降の繰り返しでは  $x_i$  を設計変数から除外する．つまり、 $x_i$  を定数として、 $n - 1$  個の設計変数の最適化問題として最適化を進める方法である．この方法では、 $x_i = \bar{x}_i$  の下での最適性は保証できるが、 $x_i = \bar{x}_i$  の判定が適切で無い可能性がある．

第三の方法は、第1、第2の方法と同様に制約条件を逸脱したら修正すると共に、行列  $\mathbf{V}$  の対角項  $V_{ii}$  に係数  $\alpha > 1$  を乗じて大きくする方法である．この方法では、制約条件を逸脱する回数が多くなると、設計変数  $x_i$  の更新量はゼロに漸近し、実質的に設計変数から除外される．その一方で、制約条件を逸脱する回数が少数であれば、制約条件を逸脱しない範囲に最適解が存在する場合にその最適解を探索し続けることが可能となる．

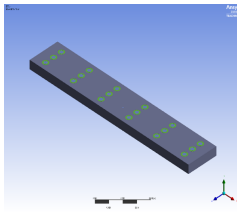


図 1. 有限要素モデル

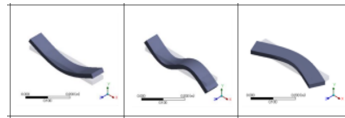


図 2. 固有振動モード

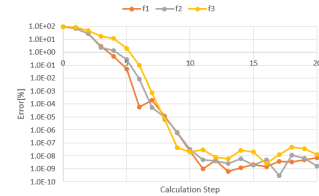


図 3. 誤差の推移

図 1 に示す有限要素モデルについて、図 2 に示す 3 つのモードの固有振動数を所望の値になるように 9 個の材料定数を同定した．第三の方法を適用した結果、初期の繰り返し過程で 5 個の変数が制約条件を逸脱したものの、最終的には全ての変数について制約条件が非活性となった．図 3 に示すように実用的な繰り返し回数で十分に高い精度で固有振動数を一致させることができた．

### 参考文献

- [1] 一文字正幸, 見村勇樹, 池田和徳, 永田寿一, 平手利昌, 平井匡平, 平野俊夫, 淵本遼, 塩飽宣貴, 荒川雅生, 多目的最適化手法を用いた構造物の動的問題における実験同定, 日本機械学会論文集, Vol.83, No.853 (2017).
- [2] Fukuhara, S., Hirate, T., Takeuchi, K. and Arakawa, M., Identification Method for Material Constants of Industrial Equipment Based on the Adjoint Variable Method, Asian Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (2022).