

# 冠動脈バイパス術の血流解析における循環モデルの有効性の検証

高野 祥汰<sup>1</sup>, 神谷 賢一<sup>2</sup>, 仲田 晋<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 立命館大学大学院, <sup>2</sup> 滋賀医科大学, <sup>3</sup> 立命館大学

e-mail : is0564hx@ed.ritsumeai.ac.jp

## 1 はじめに

冠動脈は心臓の筋肉に酸素や栄養を送る血管であり, この冠動脈が動脈硬化により狭くなる病気を狭心症と呼ぶ. 狭心症の手術治療の1つには冠動脈バイパス術 (CABG) があり, 血流が不足した冠動脈に他の部位から採取した血管 (グラフト) を縫い付けることで血行を回復させる手術である. CABG の代表的な吻合法には端側吻合と側側吻合がある. 端側吻合は狭窄した冠動脈の先 (末梢) にグラフトを繋ぐ吻合法で, 側側吻合はグラフトと冠動脈の側面同士を繋ぐ吻合法である.

冠動脈バイパス術における適切な吻合形態は判明しておらず, 近年は血流解析を用いた評価により解明が進んでいる. 血流解析の方法には様々あるが, 最近は解析コストが小さく高精度な結果が得られる数値流体解析 (CFD) が広く利用される. しかし, CFD を用いた血流解析は境界条件の設定が難しいという問題がある. CFD では血管形状の一部を取り出して血流解析を行うが, 冠動脈の狭窄率に合致する生理的な境界条件を求めるのが困難で, また境界条件自体により結果が左右される.

本研究では血液の循環を新たにモデル化した循環モデルを提案し, その有効性を検証した. この循環モデルでは境界条件により結果が左右されず, 系全体として血液量が一定であると期待される.

## 2 先行研究での血流解析と境界条件

血管内の血流特性を観察する上で効果的な手法の一つに数値流体力学 (CFD: Computational Fluid Dynamics) があり, CABG の吻合部付近の血流において血液の流速場, 血管壁が血液から受ける壁面せん断応力, および冠動脈出口における血流量などを評価するのに広く活用されている [1-3]. Shintani らは人工的な血管モデルで端側吻合と側側吻合の比較を行い, 境界条件としてバイパス入口に流速波形 (m/s), 冠動脈出口にゲージ圧で 0 Pa の圧力を設定している [1]. また Kanzaki らは患者データから得られたモデルで端側吻合と側側吻合の血流解析を術後直後と術後数ヶ月で比較しており, グラフトと冠動脈の入口に 60 ml/min の流量波形, 冠動脈出口に平均 80 mmHg の圧力波形を設定した [2]. さらに Crielaard らは人工的な血管モデルで無縫合冠動脈吻合における切開サイズの評価を行い, バイパス入口に 97 mmHg の圧力, 冠動脈出口に微小血管抵抗と動脈コンプライアンスを組み合わせた2要素ウィンドケッセルモデルを設定している [3].

これらの先行研究に共通する特徴として, CABG 吻合した血管の一部を取り出してバイパスと冠動脈の入口, 冠動脈の出口に境界条件を設定していることが挙げられる. その一方で, 適切な境界条件を事前に決定することが難しい症例や, 設定した境界条件の適切性の判断が困難な症例など, シミュレーションの状況によっては境界条件の設定自体が問題となる場合もある.

## 3 提案するモデルと実験結果

今回提案する循環モデルを図1に示す. なお, 本モデルは人体の血管を大幅に簡略化しており, あくまで局所的な CFD に特化した簡易モデルであることに留意されたい. 図1の左の画像はモデル全体を示しており, 太い筒状構造の左半分が動脈系を, 右半分が静脈系を表している. 画像下部の切れ

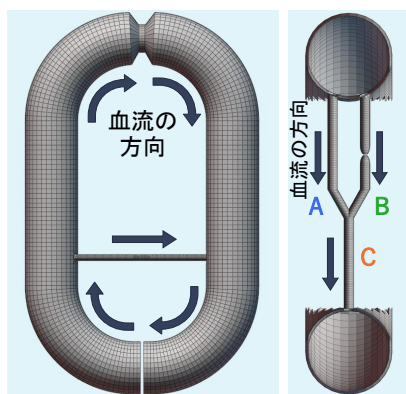


図 1. 作成した循環モデル

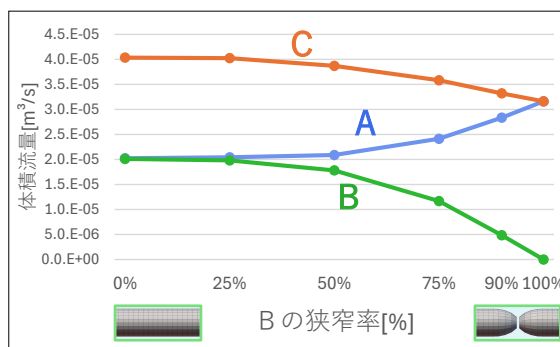


図 2. 狭窄率毎の流量

目は心臓を模しており，大動脈から送り出される血液の圧力を制御する目的でファンの境界条件を設定した．画像上部のくぼみは毛細血管を模しており，圧力降下を制御する目的で部分的に狭い血管を設けた．画像中央の細い筒状の形状は冠動脈とグラフトを模しており，図 1 右の画像に示すような対称な合流管として配置した．また狭窄と血流の関係を観察するために合流前に狭窄を模したくぼみを設けた．図 2 は合流前の 2 つの血管と合流後の 1 つの血管について，CFD の結果として得られた流量を表している．なお，ここではファンの前後の圧力をそれぞれ 120mmHg と 1Pa に設定した際の定常状態での流量を示している．現時点では血流の局所的な CFD 解析としての妥当性を示すには至っていないが，狭窄により低下した流量を他方の血管が補う効果があることや，狭窄の程度に応じて合流後の流量が減少する様子が確認できた．

#### 4 まとめ

本研究では，境界条件に左右されない血流解析を行うために，生理的な血管系全体を再現した循環モデルを提案し，その有効性を検証した．このモデルの利点として CABG における吻合部の CFD 解析などの局所的な血流の分析に適用可能である点や，系全体での物理量の整合性を確保できる点が挙げられる．これらの特徴に基づき，従来の局所的な流入・流出境界条件に代わるモデルとして今後さらに検証を進める予定である．

謝辞 本研究は JSPS 科研費 JP24K15185 の助成を受けたものです．

#### 参考文献

- [1] Y. Shintani et al., Analysis of Computational Fluid Dynamics and Particle Image Velocimetry Models of Distal-End Side-to-Side and End-to-Side Anastomoses for Coronary Artery Bypass Grafting in a Pulsatile Flow, *Circulation Journal*, Vol. 82 (2018), 110-117.
- [2] T. Kanzaki et al., Computational Fluid Dynamics of Internal Mammary Artery-Left Anterior Descending Artery Anastomoses, *Interactive CardioVascular and Thoracic Surgery*, Vol. 31 (2020), 611-617.
- [3] H. Crielaard et al., Evaluating the Arteriotomy Size of a New Sutureless Coronary Anastomosis Using a Finite Volume Approach, *Journal of Cardiovascular Translational Research*, Vol. 16 (2023), 916-926.

# クラックなし HTS 薄膜の遮蔽電流解析に現れる連立一次方程式の高速解法：修正 ICCGH 法の性能評価

齋藤 歩

山形大学大学院理工学研究科

e-mail : saito@yz.yamagata-u.ac.jp

## 1 概要

クラックなし高温超伝導体 (HTS) の遮蔽電流密度を解析するには、遮蔽電流密度の時間発展問題を数値的に解く必要がある [1]. 空間と時間に関して離散化すれば、同問題は各時間ステップと各 Newton 法の反復で対称密係数行列をもつ連立一次方程式を解く問題に帰着する. 同連立一次方程式のソルバーとして、疎行列を対象とする ICCG 法は適さないため、これまで直接法で解かれてきた.

近年、 $\mathcal{H}$  行列法に基づく前処理付き CG (ICCGH) 法が開発された [2]. 数値実験の結果、非対称密係数行列をもつ連立一次方程式の解法として同法は有効であることを示した. しかしながら、 $\mathcal{H}$  行列法に基づく前処理には、適切な前処理行列を事前に決定できないという欠点ある. 上記の欠点を解決するため、ICCGH 法は修正された [3]. 同法によって、前処理行列を柔軟に与えることができる. 数値の結果、修正 ICCGH 法が従来のものよりも高速であることが示されたが、その性能は詳しく調査されていない.

本研究の目的は、数値実験を通して、修正 ICCGH 法の性能を評価する.

## 2 遮蔽電流密度解析

本研究では、時間変動磁場が印加されている HTS 薄膜の遮蔽電流密度解析を対象とする. HTS 薄膜内の遮蔽電流密度  $\mathbf{j}$  がスカラー関数  $T(\mathbf{x}, t)$  を用いて  $\mathbf{j} = (2/b)(\nabla T \times \mathbf{e}_z)$  で書き表せるため、 $T(\mathbf{x}, t)$  に関する時間発展問題は微積分方程式の初期値・境界値問題に帰着できる [1]. 同問題を空間と時間に関して離散化すれば、連立一次方程式：

$$A(\mathbf{T}) \delta \mathbf{T} = \mathbf{b}, \quad (1)$$

が得られる. 但し、 $\mathbf{T}$  と  $\delta \mathbf{T}$  はそれぞれ関数  $T$  とその修正量に関する  $n$  次元ベクトルであり、 $\mathbf{b}$  は  $n$  次元既知ベクトルを表す. さらに、 $A(\mathbf{T})$  は

$$A(\mathbf{T}) = U^T [W + J(\mathbf{T})] U + F, \quad (2)$$

で定義される  $n \times n$  行列であり、(2) に現れる  $W$  及び  $J(\mathbf{T})$  はそれぞれ FEM による離散化で得られる  $n \times n$  対称密行列及び時間ステップと Newton 法の反復に依存する  $n \times n$  対称疎行列である. また、 $U$  は  $U = I - F$  で定義されており、 $I$  と  $F$  はそれぞれ単位行列と境界条件によって決定される行列である.

## 3 修正 ICCGH 法

$\mathcal{H}$  行列法によって得られた  $W$  の近似行列  $H$  を用いれば、(1) は連立一次方程式：

$$A_H(\mathbf{T}) \delta \mathbf{T} = \mathbf{b}, \quad (3)$$

に近似できる. 但し、 $A_H(\mathbf{T})$  は

$$A_H(\mathbf{T}) = U^T [H + J(\mathbf{T})] U + F, \quad (4)$$

で定義される．(4) から明らかなように，係数行列の大部分が低ランクのブロック行列になるため，高速に行列・ベクトル積を計算できる．

CG 法の加速技術として，前処理がよく知られている．(3) に前処理を適用すれば，以下に示す等価な連立一次方程式：

$$(P^{-1} A_H(\mathbf{T}) P^{-T}) (P^T \delta \mathbf{T}) = P^{-1} \mathbf{b}, \quad (5)$$

が得られる．但し， $PP^T (= Q)$  は前処理行列である．(5) を高速に解くには，行列  $P$  として何を選択するのが重要である．修正 ICCGH 法では，次の手順で行列  $P$  を決定している．

Step 1 近似行列  $H_A$  に  $H_F$  を代入する．但し， $H_F$  は  $H$  からフルランクのブロック行列を削除した行列を表す．

Step 2  $|(H_A)_{i,j}|/H_{\max} \leq \varepsilon_H$  が満たされた場合に限り， $(H_A)_{i,j} = 0$  にする．但し， $H_{\max}$  は  $H_F$  要素の最大の絶対値であり， $\varepsilon_H$  は定数である．

Step 3  $\|J(\mathbf{T}^{\text{new}}) - J(\mathbf{T}^{\text{old}})\|_F / \|H_A + J(\mathbf{T}^{\text{old}})\|_F \geq \varepsilon_J$  が満たされた場合， $J(\mathbf{T}^{\text{old}})$  に  $J(\mathbf{T}^{\text{new}})$  が代入される．但し， $\mathbf{T}^{\text{old}}$  and  $\mathbf{T}^{\text{new}}$  はそれぞれ現在と一回前の Newton 反復で得られる解であり， $\|\cdot\|_F$  は Frobenius ノルムを表す．また， $\varepsilon_J$  は定数である．

Step 4  $Q$  として， $Q = U^T [H_A + J(\mathbf{T}^{\text{old}})] U + F$  を与える．

Step 5 IC(0) を用いて  $Q$  を  $LDL^T$  に分解する．但し， $L$  と  $D$  はそれぞれ下三角行列と対角行列を示す．

Step 6  $P$  として， $L\sqrt{D}$  を採用する．

## 4 性能評価

数値実験によって修正 ICCGH 法の性能を調べよう．本研究では，時間の刻み幅  $\Delta t$  を  $\Delta t = 1/1200$  に固定する．また，CG 法に用いる収束判定子  $\varepsilon_{CG}$  及び初期解ベクトル  $\mathbf{x}_0$  にそれぞれ  $\varepsilon_{CG} = 10^{-9}$  及び  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$  を与える．さらに， $\varepsilon_H$  と  $\varepsilon_J$  はそれぞれ  $\varepsilon_H = 0.2$  と  $\varepsilon_J = 10^{-4}$  に固定する．

数値実験の結果，修正 ICCGH 法は従来法より約 1.35 倍高速に計算できることが示された．また，修正 ICCGH 法は節点数の増加に伴い，高速化率が上昇することもわかった．以上より，(3) のソルバーとして，修正 ICCGH 法は有効であると云える．他の数値結果は講演時に示す．

## 参考文献

- [1] A. Kamitani, T. Takayama, and S. Ikuno, High-speed method for analyzing shielding current density in high-temperature superconductor, IEEE Trans. Magn., Vol. 47(5), (2011) 1138-1141.
- [2] A. Saitoh, Performance Improvement of Symmetric Linear System Solver in Shielding Current Analysis of HTS Thin Film: Application of  $\mathcal{H}$ -Matrix-Based Preconditioner, Plasma Fusion Res., Vol. 17, (2022) 2401089.
- [3] 齋藤歩, クラックなし高温超伝導薄膜の遮蔽電流解析に現れる連立一次方程式の高速数値解法：H 行列に基づく前処理付き共役勾配法の開発, 日本 AEM 学会誌, Vol. 32(2), (2024) 346-351.

# 超伝導リニア加速システムの電磁石形状最適化

高山 彰優<sup>1</sup>, 齋藤 歩<sup>2</sup>, 神谷 淳<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 山形大学

e-mail: takayama@yz.yamagata-u.ac.jp

## 1 はじめに

磁場閉じ込め核融合炉では、高速で固体水素ペレットを核融合プラズマに入射し、燃料として使用する。最近では、ペレット入射の新しい方式として、柳等によって超伝導リニア加速 (Superconducting Linear Acceleration: SLA) システムが提案されている [1]。このシステムでは、加速電磁石と電磁レールを用い、2 種類の高温超伝導 (High-Temperature Superconductor: HTS) 薄膜を付したペレット容器を電磁的に推進する。柳等によれば、SLA システムのペレット入射速度は 5 km/s を超えると見積もられているが、同システムはまだ試作段階であり、ペレット速度の実験データは得られていない。それ故、SLA システムの設計には数値的な検証が必要である。著者等はこれまで、HTS 薄膜内の遮蔽電流密度解析のための FEM コードを開発し、SLA システムの数値シミュレーションを行ってきた。

本研究の目的は、SLA システムにおける加速電磁石の形状を遺伝的アルゴリズムで最適化し、同システムの加速性能を数値的に調べることである。

## 2 電磁石の形状最適化

前回の研究において、軸対称モデル  $(r, \theta, z)$  に対する HTS 薄膜内遮蔽電流密度の時間発展問題を解くため、著者等は FEM コードを開発した [2]。本研究でも、同コードを用いて、SLA システムの数値シミュレーションを行う。このコードでは、遮蔽電流密度の支配方程式と Newton の運動方程式の連立解が必要である。両方の方程式の具体的な形式は文献 [2] に示されている。その結果、遮蔽電流の時間変化と薄膜の運動を同時に求めることができる。また、上記の方程式において超伝導特性を表現するため、遮蔽電流と電界の関係を  $J$ - $E$  構成方程式とべき乗則を用いて示した。このように、前回開発した FEM コードを活用し、SLA システムの遮蔽電流密度と薄膜の運動を連成して解析することが本研究の方法である。

図 1 に SLA システムの軸対称モデルを示す。加速用電磁石は円筒形を仮定し、 $zr$  平面では長方形の断面をもつ。また、電磁石は 2 つに分割されているとし、内側および外側の電磁石の長方形断面はそれぞれ  $D_1 = \{(z, r) | z_1 \leq z \leq z_2, r_1 \leq r \leq r_2\}$ ,  $D_2 = \{(z, r) | Z_1 \leq z \leq Z_2, R_1 \leq r \leq R_2\}$  をもつ。これらの電磁石には同じ電流が印加されていると仮定し、電磁石には以下の電流  $I$  を与える：

$$I(t, Z) \equiv \begin{cases} I_0 \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau} \right) \right] & (0 \leq Z \leq Z_L) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} . \quad (1)$$

但し、 $Z_L$  はペレット速度の加速距離であり、 $I_0$  と  $\tau$  はそれぞれ電流の最大値および時定数である。(1) より明らかなように、この電流は時間とともに単調な指数関数的な増加を示し、その後一定となる。

本稿では、電磁石の形状最適化のため、1 つの目的関数と制約条件を以下のように与えて、遺伝的



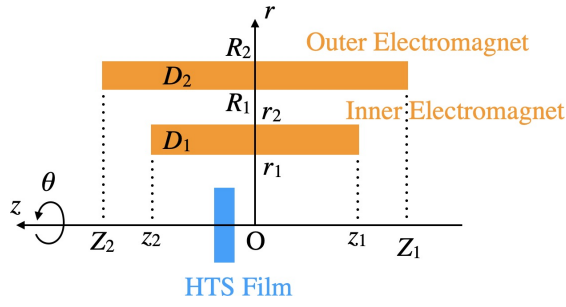


図 1. SLA システムの概念図。但し、 $D_1$  と  $D_2$  はそれぞれ内側と外側の電磁石の長方形断面積を表す。

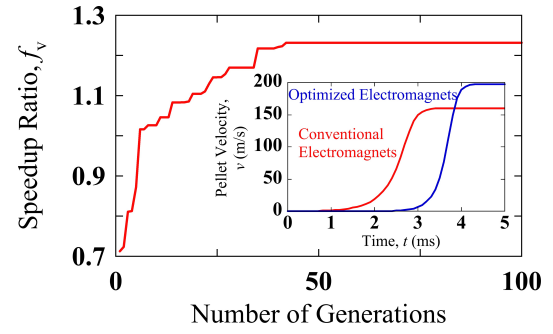


図 2. ペレット速度の世代数への依存性。また、インセットはペレット速度の時間変化を表す。

アルゴリズムで最適化問題を解く。

$$\text{maximize } f_v = \frac{v_o}{v_f} \quad (2)$$

$$\text{subject to } z_2 > z_1 \quad (3)$$

$$Z_2 > Z_1 \quad (4)$$

$$R_2 > R_1 > r_2 > r_1 \quad (5)$$

$$D_1, D_2 > 10 \text{ cm}^2 \quad (6)$$

但し、(2) に現れる  $v_o$  は最適化された電磁石におけるペレットの終端速度であり、 $v_f$  は電磁石の寸法が  $r_1 = 5 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 7 \text{ cm}$ ,  $R_1 = 8 \text{ cm}$ ,  $R_2 = 10 \text{ cm}$ ,  $z_1 = Z_1 = -5 \text{ cm}$ ,  $z_2 = Z_2 = 5 \text{ cm}$  における終端速度である。最適化問題の解法には遺伝的アルゴリズムを採用し、同アルゴリズムを FEM コードに実装した。なお、電磁石形状の最適化は最大世代数に達したときに終了する。本研究では、幾何学的・物理的パラメタを以下のように与える： $R = 4 \text{ cm}$ ,  $b = 1 \text{ mm}$ ,  $Z_L = 40 \text{ cm}$ ,  $I_0 = 100 \text{ kA}$ ,  $\tau = 1 \text{ ms}$ 。なお、内側の電磁石の内径  $r_1$  は加速用超伝導の半径  $R$  よりも大きい  $r_1 = 5 \text{ cm}$  に固定し、それ以外の寸法パラメタは最適化のために変動する。また、遺伝的アルゴリズムのパラメタである個体数と最大世代数はどちらも 100 とする。

図 2 に速度比の世代数への依存性を示す。同図から明らかなように、5 世代目までは従来の電磁石よりペレット速度が遅いが、6 世代目以降はペレット速度が増加していることがわかる。結果として、終端速度は約 1.23 倍向上した。この場合のパラメタは、 $r_2 = 6.5 \text{ cm}$ ,  $z_1 = -3.3 \text{ cm}$ ,  $z_2 = 3.6 \text{ cm}$ ,  $R_1 = 6.8 \text{ cm}$ ,  $R_2 = 9.6 \text{ cm}$ ,  $Z_1 = -3.7 \text{ cm}$ ,  $Z_2 = 3.7 \text{ cm}$  であり、特に電磁石の長さが従来の電磁石よりも短い形状が得られた。また、図 2 のインセットに示すように、最適化電磁石におけるペレット速度は終端速度に達する時刻が従来の電磁石よりも遅いことが明らかとなった。一方、上述した最適化電磁石を直線上に複数並べた場合、従来のケースと比べて、ペレット速度が  $5 \text{ km/s}$  に達するために必要な磁石レールの距離は、ほとんど変わらないことがわかった。今後は、この原因を調査して、本年度年会において得られた結果を発表したい。

## 参考文献

- [1] N. Yanagi and G. Motojima, private communication, National Institute for Fusion Science, 2017.
- [2] 高山彰優, 山口敬済, 齋藤歩, 神谷淳, 超伝導リニア加速システムの数値シミュレーション：電磁石の形状最適化, 日本応用数理学会 2021 年度年会講演予稿集, 2021.