

# 展開構造を用いたヘルムホルツ共鳴器の フィジビリティスタディ

石田 祥子<sup>1</sup>, 渡邊 諒<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 明治大学理工学部機械工学科, <sup>2</sup> 明治大学大学院理工学研究科機械工学専攻

e-mail: sishida@meiji.ac.jp

## 1 背景と目的

ヘルムホルツ共鳴器(図 1)は胴部と喉部からなり, その形状によって共鳴周波数が一意に定まるため, 消音できる周波数が限定される. そこで本研究では, ヘルムホルツ共鳴器の喉部に展開構造を用いて, 喉部長さと断面形状を連続的に変化させることによって, 消音可能な周波数域を明らかにすることを目的とする. 消音可能な周波数域を身の回りの騒音に当てはめ, 本共鳴器の適用可能性を考察する.

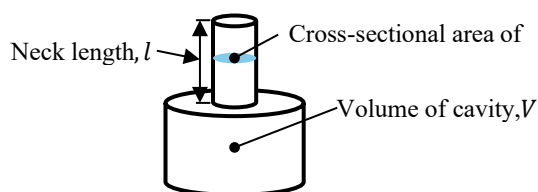


図 1 ヘルムホルツ共鳴器

## 2 音響モーダル解析

本研究では, ねじり座屈パターンを持つ展開構造(図 2)を喉部に用いた. 数ある筒形の展開構造の中でも, ねじり座屈パターンを持つ展開構造は伸縮の過程において多角形断面の形状が変化しないため, 胴部への取り付けが容易で実用に向くためである. 設計変数は,  $m = 6$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 35^\circ$ ,  $D = 50.0 \text{ mm}$ とし, この構造を軸方向に 4 段並べ, 喉部とした. 胴部は  $\phi 150 \times 150 \text{ mm}$ の円筒型とした. 喉部が安定な立体となる状態を展開率 100%, 完全に平坦に折り畳まれた状態を展開率 0%と定義し, 喉部の展開率を 100%から 10%に変化させて, 音響モーダル解析により共鳴数周波数を求めた. 代表して展開率 100%の状態での第 1 共鳴周波数における音圧モードを図 3 に示す. 喉部で音圧が変化し, 空気がばねのように振動していることが分かる.

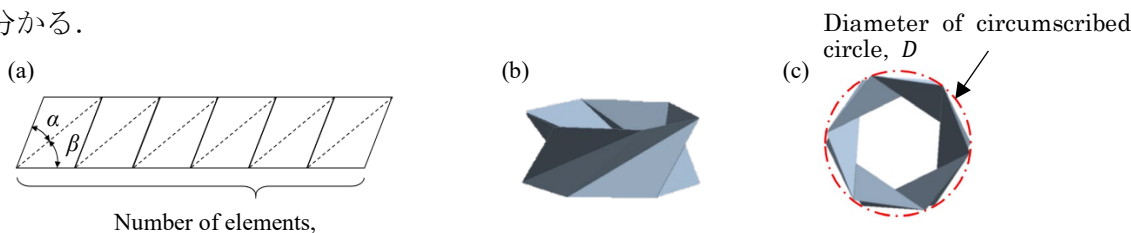


図 2 ねじり座屈パターンを持つ展開構造

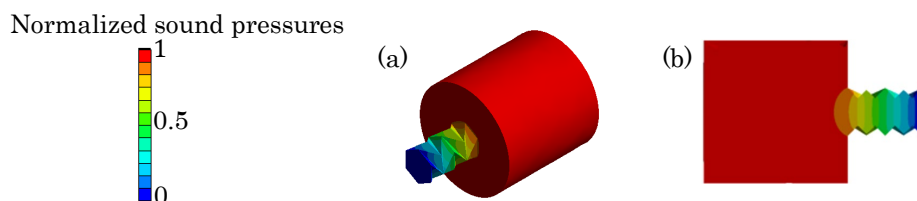


図 3 展開率 100%の状態での第 1 共鳴周波数(112.8Hz)の音圧モード

同様に、他の設計変数は一定として、折線の角度 $\beta$ を変化させた場合、多角形断面の辺の数 $m$ を変化させた場合の展開構造を用いたヘルムホルツ共鳴器の共鳴周波数をそれぞれ求めた。角度 $\beta$ を変化させた場合(図 4(a))、展開構造の伸縮の過程で壁面が筒の内側に折り畳まれ、展開率と断面積 $S$ が同時に変化するため、 $\beta = 45^\circ$ 、 $50^\circ$ では共鳴周波数の変化は単調ではなかった。 $\beta = 40^\circ$ では展開率の変化に対し共鳴周波数がほとんど変化しない領域があった。一方、 $\beta = 35^\circ$ では展開率と共鳴周波数が 1 対 1 に対応し、112.8Hz から 184.3Hz の周波数域をカバーした。また、多角形断面の辺の数 $m$ を変化させた場合(図 4(b))、共鳴周波数の傾向に大きな変化が見られなかった。これらを総合して、 $m = 6$ 、 $\beta = 35^\circ$ の形状が騒音の周波数に合わせて共鳴器の周波数を連続的に変化させるという本研究の目的に適していると判断した。

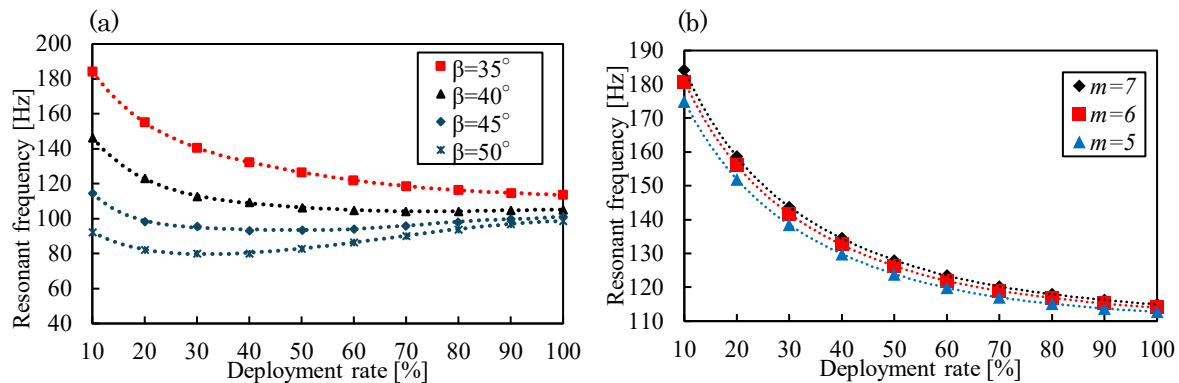


図 4 共鳴周波数の変化

#### 4 実環境への適用可能性

実環境において、ヘルムホルツ共鳴器の消音原理はバイクのマフラーのサブチャンバーやタイヤの縦溝に生じる共鳴音を低減するために利用されている。エンジンやタイヤから発生する音の周波数は回転数によって変化することから、それに合わせて共鳴器の形状を連続的に変化できる本構造は適用可能性がある。ただし、これらの事例では高周波数域で利用されていることから、本構造を適用する場合には形状の調整が必要である。本構造の消音可能な周波数域(112.8Hz~184.3Hz)で考えると、工作機械から発生する騒音[1]が挙げられる。工作機械は比較的大型であるため本構造を取り付ける余地は大いにある。また、音楽に目を向けると、本周波数域は、ラ(A2)~ファ#(F#3)に相当する。ピアノのような鍵盤楽器では、サイレンサーを接触させて打鍵による振動を止めてしまうため、打鍵時の反力が変わってしまい、演奏者は違和感を感じざるを得ない。本構造のようなサイレンサーを楽器に後付けできれば、大規模な工事は必要なく、楽器の演奏感はそのままに消音が可能になると考える。

**謝辞** 本研究の一部は、科学研究費学術変革領域研究(B)「形と力学をつなぐマルチフィジクス折紙工学」(24H00824)の助成による。

#### 参考文献

- [1] 高津熟, 工作機械・プレス機械の騒音, 騒音制御, Vol. 25, No. 5 (2001), pp. 312-315

# 離散力学系モデルを用いた多自由度の Maxwell origami tube の解析

今田 凜輝<sup>1</sup>, 舘 知宏<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 東京大学大学院総合文化研究科

e-mail : r-imada@g.ecc.u-tokyo.ac.jp/tachi@idea.c.u-tokyo.ac.jp

## 1 背景

Maxwell lattice とは、周期的リンケージのうち、各ユニットセルで運動学上の拘束・変数の数が釣り合うものであり、トポロジカルメタマテリアルの源泉として注目されている [1]。特に、格子方向が単一の 1 次元 Maxwell lattice は、ユニットセル数に対して自由度が不変、という設計上有益な性質を持つ。Maxwell lattice では、全ユニットセルの配置が同一である一様な配置からの微小変形モードは、変位の分布に応じて *bulk/edge mode* に分類される。代表的な 1 次元格子は 1 自由度であり、任意の状態で単一の *bulk/edge mode* が存在する [2,3]。一方、未開拓の多自由度系では全自由度中に *bulk/edge mode* に寄与する自由度 (*bDOF/eDOF*) が混在し、そこでは 1 自由度系にはない現象の発生が期待される。本研究では 2 次元格子である三角形分割された折紙テセレーションを円筒状に閉じることで、自由度を設計可能な 1 次元格子、すなわち *Maxwell origami tube* を構成し (図 1A)、力学系モデル [4] を用いて *eDOF/bDOF* と折線パターン・折状態との関係を調べる。

## 2 手法

Maxwell origami tube のユニットセルは、もとの折紙テセレーションのユニットセル  $N \in \mathbb{Z}_{>0}$  個で構成される“リング”であり、 $N$  を変化させることでその自由度  $4N - 6$  を制御できる。山谷を考慮すると、あるリングの折状態が与えられた時、それに適合する隣接リングの折状態は (存在すれば) 一意に定まる。よって、 $t$  番目のリングの折状態を適切な変数  $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{4N-6}$  でパラメタライズすれば、隣接リングの折状態間の関係を  $4N - 6$  次元の離散力学系  $\mathbf{F} : \mathbf{x}_t \mapsto \mathbf{x}_{t+1}$  で表現できる。ここから、条件  $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{x}^*$  を満たす不動点  $\mathbf{x}^*$  で線形安定性解析を行えば、不動点に対応する一様な折状態周りでの Maxwell origami tube の挙動を、線形範囲で解析できる。具体的には、ヤコビ行列  $D\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$  のある固有ベクトルに沿った変位を境界リングに加えた時、他のリングへの変位が増幅/減衰するかを、対応する固有値から判別できる (図 1B)。一般に変位は  $t$  に対し指数的に変化し、この指数が固有値で与えられる。したがって、特に固有値の絶対値が 1 の場合、変位は増幅/減衰せず、運動学上の許容範囲に留まり続ける。以上を基に、一様な折状態における *bDOF/eDOF* を、 $4N - 6$  個の固有値のうち、絶対値が 1 に等しい/等しくないものの数で定義する。

## 3 結果

様々な折線パターン・折状態において *bDOF/eDOF* を計算した。特に、同一折線パターンで、*bDOF* が非零の折状態と零の折状態が共存し得ることを発見した (図 2A)。また、 $N$  を固定してセクター角  $\theta$  を変化させると、ある特異点を介して (のみ) *eDOF/bDOF* が不連続的に増減することと、その規則を解明した (図 2B)。さらに、固定した  $\theta$  の下で、全自由度は  $\text{DOF} = 4N - 6 \propto N$  で連続的に増加するのに対し、*bDOF* は不連続かつ非線形に増加することが観察された (図 2C)。本結果は多自由度 1 次元の Maxwell lattice を例として Maxwell lattice の性質の多様性を示しており、今後新規メタマテリアルを設計・解析する際の理論的基礎となると考えられる。

謝辞 本研究は JSPS 科研費 JP23KJ0682, JP24H00822, FMF2023 Poster Award (APCMF, IMI) の助成を受けたものです。

## 参考文献

- [1] Mao Xiaoming and Tom C. Lubensky, “Maxwell lattices and topological mechanics”, *Annual Review of Condensed Matter Physics*, **9**, (2018).
- [2] Bryan Gin-gie Chen et al., “Nonlinear conduction via solitons in a topological mechanical insulator”, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **111**(36), (2014).
- [3] Bryan Gin-gie Chen et al., “Topological mechanics of origami and kirigami”, *Physical Review Letters*, **116**(13), (2016).
- [4] Rinki Imada and Tomohiro Tachi, “Undulations in tubular origami tessellations: A connection to area-preserving maps”, *Chaos*, **13**(8), (2023).

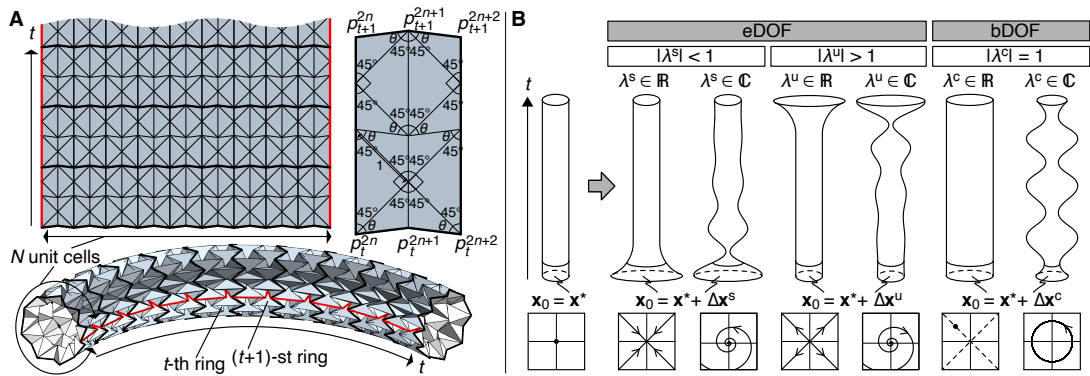


図 1. (A) Waterbomb tessellation (2 次元格子) を円筒状に閉じた Waterbomb tube (1 次元格子)。閉じることで赤色の境界に起因する自由度が消失する。(B) 不動点  $\mathbf{x}^*$  に対応する一様な折状態において、 $D\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$  の固有ベクトルに沿って境界リングに変位を加えた時の挙動の場合分け。対応する固有値、特にその絶対値に応じて、変位の分布が変化する。

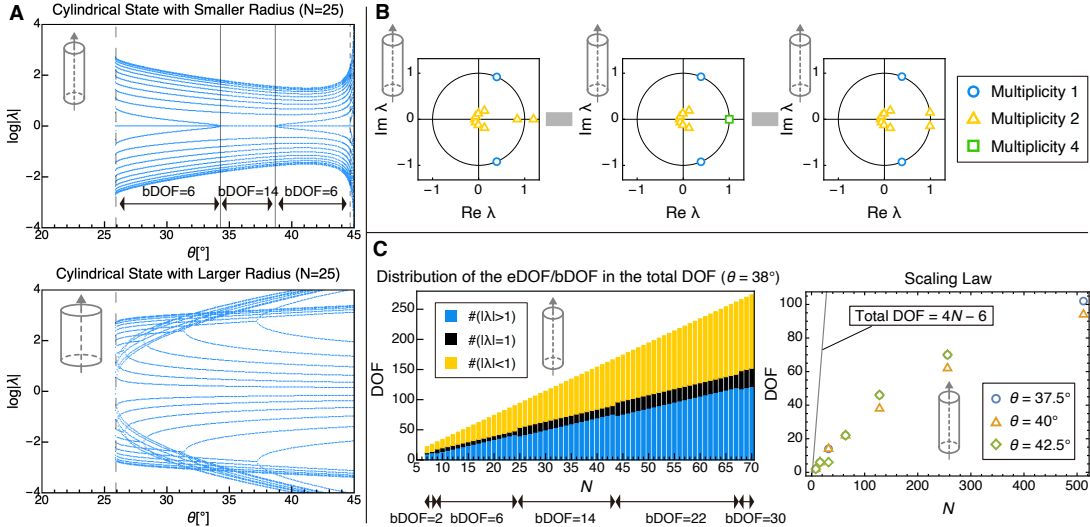


図 2. (A)  $N$  を固定して  $\theta$  を変化した各折線パターンにおける、2 種類の円柱状態での固有値  $\lambda$  の絶対値の対数  $\log |\lambda|$  のプロット。半径小/大の円柱状態の bDOF ( $\log |\lambda| = 0$  に対応) は非零/零になる傾向がある。(B)  $N$  を固定して  $\theta$  を変化した時、bDOF/eDOF が変化する特異点の例。bDOF/eDOF が変化する前後では、複素数平面上で複数の固有値が単位円上で一致し、固有値の分岐が生じる。(C)  $\theta$  を固定、 $N$  を変化した時の、円柱状態 (半径小) の bDOF/eDOF の変化。左: 全自由度中の bDOF/eDOF の分布の変化。全自由度の大半は eDOF に対応している。右: bDOF の  $N$  に対するオーダー。

# 平行四辺形ラティス切り折紙の引張における大域的性質

安達 瑛翔<sup>1</sup>, 舘 知宏<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 東京大学総合文化研究科

e-mail : adachi.akito.53u@gmail.com

## 1 イントロダクション

近年切り紙構造が、フレキシブル電子デバイスなど、拡大縮小可能な材料として着目されている。キュービックコア [1] と同相の網目状切り折紙構造 [2] は接着面を持つことが特徴であり、センサーや熱電素子などデバイス応用が可能である。また、天の川切紙は引張のみで自己変形するため製造が容易であり、様々なスケールでの応用が提案されている [3]。筆者らは日本応用数学会第 19 回研究部会連合発表会にてキュービックコアと天の川を統合した平行四辺形ラティス切り折紙を提案し、その折りモードには、キュービックコアと同じ山谷割り当てで接着面を持つスキューモード、天の川の切り折紙化と同じ山谷割り当ての平行モードが存在することを明らかにした。いずれのモードも繰り返し単位は二自由度変形をし、これらの変形が巨視的には構造全体の拡大縮小変形を生む。本研究では、外力に対して平行四辺形ラティス切り折紙がどのように変形するか理解するために、その拡大縮小変形と折り目に蓄えられる弾性エネルギーとの関係を解析する。具体的には、それぞれのモードの二自由度変形におけるエネルギーが極値をとる経路を計算し、平面からモード分岐を起こすときの座屈荷重について議論する。

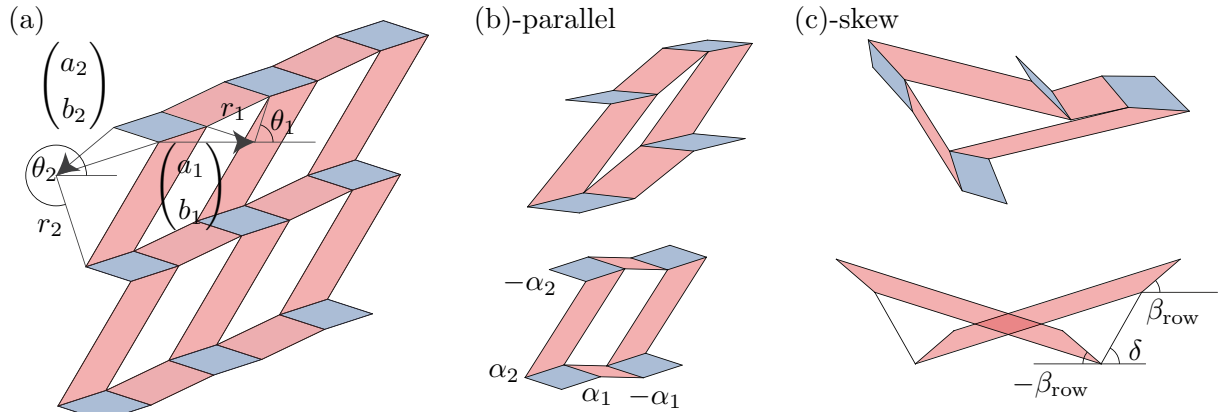


図 1. (a) 平行四辺形ラティス切り折紙と形状変数。  $r_1 = 0.5, r_2 = 1, \theta_1 = 0.4\pi, \theta_2 = 1.6\pi, a_1 = 1, b_1 = 0, a_2 = -0.6, b_2 = -0.5$ 。青：接着面、赤：アーム。(b) パラレルモードの変形状態 (上) と接着面に垂直な投影図 (下)。  $\pm\alpha_i$  は折り角度。(c) スキューモードの変形状態 (上) と短いアームの折り目に平行な投影図 (下)。  $\pm\beta_{row}, \delta$  は座標系に対する角度。

## 2 変形モード

平行四辺形ラティス切り折紙の単位は図 1(a) に示す、アームおよび接着面と呼ぶ平行四辺形によるループである。その折り状態において、穴が平坦な平行四辺形であるときをパラレルモード、ねじれた四辺形であるときをスキューモードと呼ぶ。パラレルモードでは接着面がすべて平行となり、アームの接着面に対する角度は、行方向  $\alpha_1$ 、列方向  $\alpha_2$  を独立に変えることができる二自由度変形をなす (図 1(b))。スキューモードでは隣り合う接着面の法線方向が行方向または列方向のいずれかに対して交互に変化する (図 1(c))。一般性を失うことなく、列方向の法線方向が変化しているとする。列方向に並ぶ接着面の法線どうしがなす角を  $2\beta_{row}$  とすると、列方向アームの端部の折り目は二種類の折り角  $\beta_{row} \pm \delta$  で定義される。この 2 種類の角度を決めると行方向のアームの折り角が局



所的に一意に定まる。繰り返し構造の変形を巨視的にみると、単位構造は線形変換  $\mathbf{A}$  とみなすことができ、これらは、パラレルモードの場合は  $\alpha_1, \alpha_2$  の、スキューモードの場合は  $\beta, \delta$  の関数である。平行四辺形の角度や長さの取り方によって、全体の伸び縮みが起きる。構造が大局的に伸び変形可能な時、 $\mathbf{A}$  の一方の特異値は 1 より大きくなる。

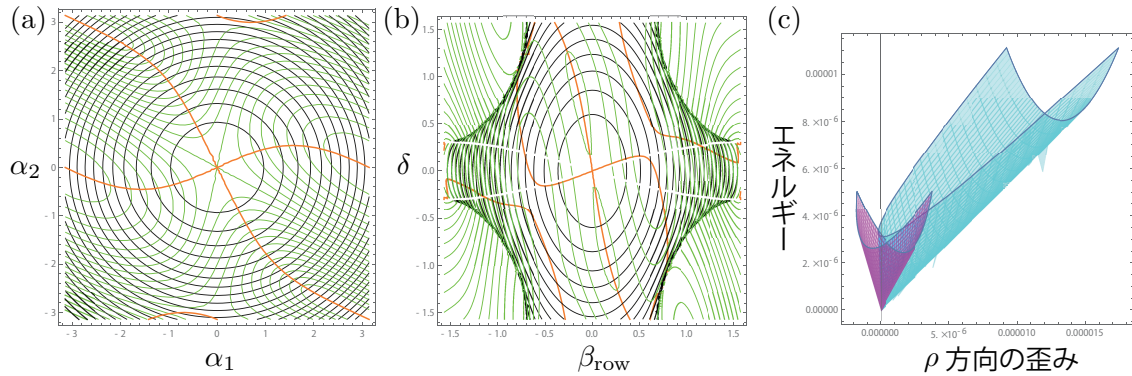


図 2. (a)(b) 図 1 の形状パラメータにおける  $\rho = 0.7\pi$  方向の拡大率 (緑) とポテンシャルエネルギー (黒) の等高線。(a) パラレルモード、(b) スキューモード。オレンジ：エネルギーが極値をとる経路。(c) 展開状態の近傍における歪み-エネルギープロット。マゼンタ：パラレルモード、シアン：スキューモード。

### 3 エネルギー極小となる変形経路

大局的に伸び変形可能なパラメータを設定した図 1 の提案構造に対して、十分に離れた接着面を引っ張るように変形することを考える。折り目に弾性バネがあると見なしたときのポテンシャルエネルギーと、その引張方向が  $x$  軸となす角  $\rho$  の拡大率の関係を考える。変形による引張方向の拡大率は、 $\mathbf{A}(\cos \rho \sin \rho \ 0)^T$  のノルムである。 $\rho$  方向の引張の拡大率を変化させていったとき、エネルギーが極小である経路を図示する (図 2(a),(b))。それぞれ原点付近で右上、左下に進む経路で引張方向に拡大している。それぞれのモードにおけるひずみとエネルギーを二軸でプロットしたとき、その領域の最も右下の境界がエネルギー最小経路を表す (図 2(c))。二つの経路の傾きが座屈荷重を表す。この構造においては、スキューモードのほうが座屈荷重が小さく、引張によってスキューモードが引き起こされることが期待される。これは、これまでの研究で用いていた一自由度変形の仮定では予測されなかった現象であり、実験的な傍証が今後の課題である。

**謝辞** この研究は科研費 22H04954 切り紙構造が誘起する折り紙構造の学理創出とデバイス実証の助成を受けています。

### 参考文献

- [1] Nojima T, Saito K, Development of Newly Designed Ultra-Light Core Structures, JSME International Journal Series A Solid Mechanics and Material Engineering, Vol. 49(1) (2006), pp. 38-42.
- [2] Eda A, Yasuga H, Sato T, Sato Y, Suto K, Tachi T, Iwase E. Large Curvature Self-Folding Method of a Thick Metal Layer for Hinged Origami/Kirigami Stretchable Electronic Devices, Micromachines. 2022, Vol.13(6), 907.
- [3] Morikawa Y, Yamagiwa S, Sawahata H, Numano R, Koida K, Ishida M, Kawano T. Ultrastretchable Kirigami Bioprobes. Adv Healthc Mater. 2018 Feb;7(3).

# 局在化した波動モードをもつ折紙チューブ弾性波メタマテリアル

富田 直<sup>1</sup>, 舘 知宏<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 株式会社豊田中央研究所, <sup>2</sup> 東京大学

e-mail: stomita@mosk.tytlabs.co.jp

## 1 緒言

折紙構造はその折り畳みパターンによって機能をプログラム可能とし工学応用が期待される [1]. 重要な機能のひとつとして振動制御があり, 弾性波などの伝播を阻止する周波数帯であるバンドギャップを低周波数範囲で実現することが課題である. 既存の折紙を用いた方法ではパネルに複数の材料を使用することにより低周波でバンドギャップを実現しているが [2], 折紙テッセレーションのキネマティクスが低周波弾性波の伝播に与える影響は未解明のままである. 本研究はこれを明らかにすることで, 折紙の形状のみで低周波のバンドギャップを有する弾性波メタマテリアルを実現する.

## 2 局在化する波動モードの形成

断面配向が直交する折紙チューブを交互に連結するミウラ折チューブ [3] により, 展開 (チューブの伸長) と折り畳み (チューブの収縮) が連動するキネマティクスを利用した弾性波メタマテリアルを提案する (図 1 (a)). このキネマティクスは, 図 1 (b) のとおり, ふたつのミウラ折チューブがチューブの軸まわりに回転して角度  $\varphi$  を共有して連結することで, チューブの伸長/収縮が打ち消しあう運動が生じる. 共有される断面の角度  $\varphi$  は,  $[90^\circ - \alpha_r, \alpha_{nr}]$  の範囲で制限され, ここで,  $\alpha_r$  と  $\alpha_{nr}$  はそれぞれ, 回転したミウラ折チューブと回転していないミウラ折チューブの平行四辺形の内角である. これにより, 連結されたチューブが最大長となる角度  $\varphi^*$  では単位セル内に振動が局在化される波動モードを形成し, 折り角度に応じて他の波動モードとの結合を制御することで巨視的に波動を伝えないなどの特異な現象を調整・スイッチングできる.

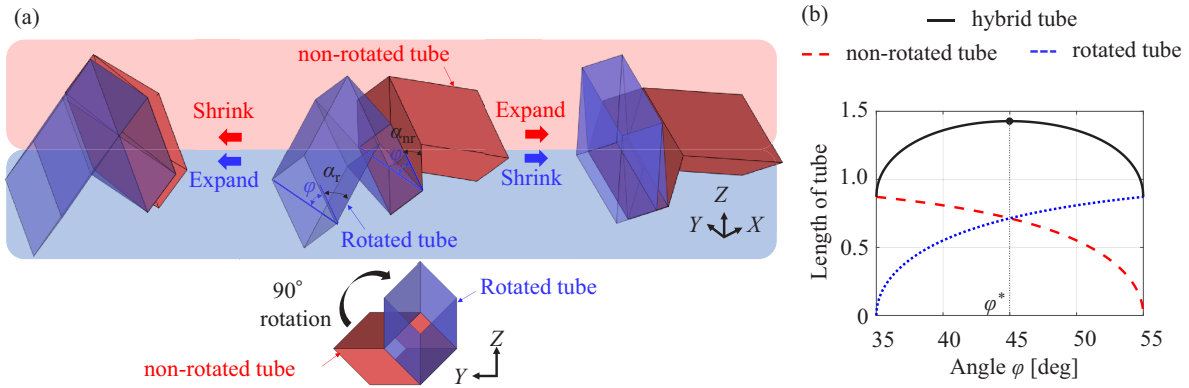


図 1. (a) 断面配向が直交するミウラ折チューブの形状と変形, (b) 連結するチューブの折り畳みによる長さの変化.

## 3 弾性波の伝播

バー・ヒンジモデル (折紙構造のパネルの面内変形およびせん断変形をバー要素, 稜線およびパネルの曲げを回転ばねで表現) を用いて, フロケ境界の下で単位セルの分散解析 [2] を行った. 図 2 (a) では連結されたチューブが最大長 ( $\varphi = \varphi^*$ ) となるため断面の配向が直交するふたつの折紙チューブ

ブの伸長と収縮が完全に打ち消しあう．これにより，通常のチューブに存在する縦波，振じり波および曲げ波などのチューブ固有の波動モードに加えて，断面配向が直交する折紙チューブの伸長と収縮が打ち消しあうことで単位セル内に振動が局在化された波動モードが観測される．図 2 (b) では， $\varphi = 54^\circ$  の状態で連結したチューブの長さのバランスが崩れることで完全な局在化が破綻して，振じれ変形に特徴づけられる波動モードと結合してバンドギャップが開いている．この周波数帯では，すべての変形モードの弾性波の伝播が阻止することができるため，様々な入力振動をロバストに抑制することが可能である．

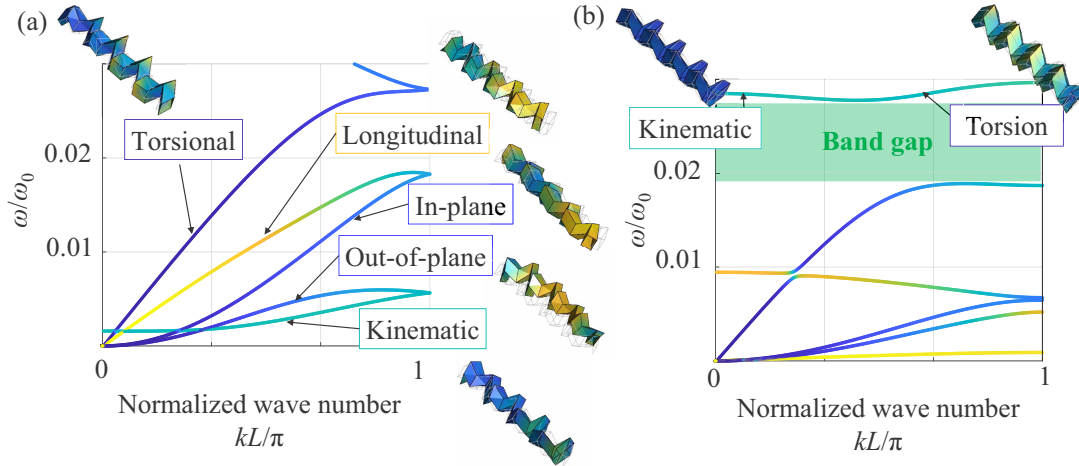


図 2. 非回転と回転したミウラ折チューブの分散曲線 (a)  $\varphi = \varphi^*$ , (b)  $\varphi = 54^\circ$

## 4 結言

本研究では，断面の配向が直行するミウラ折りチューブ内のキネマティクスの相互作用に基づく可変な弾性波メタ材料を提案し，接続されたミウラ折りチューブの弾性波の挙動を理解するために分散解析を行い，連結するチューブのキネマティクスの相互作用によって単位セル内に振動が局在化する波動モードが形成されることが明らかとなった．この波動モードは最大長の状態においてチューブ軸方向の変形が理想的に打ち消しあうため，他の波動モードと結合しない．一方で，この局在化された波動モードは，連結されたミウラ折りチューブの折り畳みによってチューブ固有の変形に特徴づけられる波動モードとの結合を引き起こし低周波バンドギャップを形成することができる．

## 参考文献

- [1] D. Misseroni, P. P. Pratapa, K. Liu, B. Kresling, Y. Chen, C. Daraio, G. H. Paulino, Origami engineering, Nature Reviews Methods Primers 4 (1) (2024) 40.
- [2] P. P. Pratapa, P. Suryanarayana, G. H. Paulino, Bloch wave framework for structures with nonlocal interactions: Application to the design of origami acoustic metamaterials, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 118 (2018) 115–132.
- [3] K. T. Liu, G. H. Paulino, Geometric mechanics of hybrid origami assemblies combining developable and non-developable patterns, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 480 (2282) (2024) 20230716.